

Exame Final Nacional de Matemática A
Prova 635 | 2.ª Fase | Ensino Secundário | 2018

12.º Ano de Escolaridade

Decreto-Lei n.º 139/2012, de 5 de julho

Entrelinha 1,5, sem figuras

Caderno 2

Duração da Prova (Caderno 1 + Caderno 2): 150 minutos. | Tolerância: 30 minutos.

8 Páginas

Caderno 2: 75 minutos. Tolerância: 15 minutos.
Não é permitido o uso de calculadora.

9.

Os **dois** itens que se apresentam a seguir são itens em alternativa.

O **item 9.1.** integra-se nos Programas de Matemática A, de 10.º, 11.º e 12.º anos, homologados em 2001 e 2002 (**P2001/2002**).

O **item 9.2.** integra-se no Programa e Metas Curriculares de Matemática A, homologado em 2015 (**PMC2015**).

Responda apenas a um dos dois itens.

Na sua folha de respostas, identifique claramente o item selecionado.

P2001/2002

9.1. Num dado problema de Programação Linear, pretende-se determinar o valor máximo que a função objetivo, definida por $L = 3x + 5y$, pode alcançar.

Sabe-se que a região admissível é definida pelo seguinte sistema.

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 10 \\ x \leq 5 \end{cases}$$

Qual é esse valor máximo?

(A) 56

(B) 50

(C) 40

(D) 36

9.2. Considere, num referencial o.n. xOy , uma elipse centrada na origem do referencial e de focos F_1 e F_2 pertencentes ao eixo Ox

Sabe-se que:

- $\overline{F_1 F_2} = 12$
- sendo P um ponto qualquer da elipse, tem-se $\overline{PF_1} + \overline{PF_2} = 20$

Qual é a equação reduzida desta elipse?

(A) $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{100} = 1$

(B) $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{64} = 1$

(C) $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{36} = 1$

(D) $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{100} = 1$

10. Em \mathbb{C} , conjunto dos números complexos, considere $z = \frac{(2-i)^2 + 1 + i}{1-2i} + 3i^{15}$

Escreva o complexo $-\frac{1}{2} \times \bar{z}$ na forma trigonométrica.

11. Considere, num referencial o.n. xOy , a circunferência centrada na origem do referencial e que passa no ponto $A(2,1)$

Seja r a reta tangente à circunferência no ponto A

Qual é a ordenada na origem da reta r ?

(A) 4

(B) 5

(C) 6

(D) 7

12.

Os **dois** itens que se apresentam a seguir são itens em alternativa.

O **item 12.1.** integra-se nos Programas de Matemática A, de 10.º, 11.º e 12.º anos, homologados em 2001 e 2002 (**P2001/2002**).

O **item 12.2.** integra-se no Programa e Metas Curriculares de Matemática A, homologado em 2015 (**PMC2015**).

Responda apenas a um dos dois itens.

Na sua folha de respostas, identifique claramente o item seleccionado.

P2001/2002

12.1. Considere, num referencial o.n. $Oxyz$, os planos α , β e γ definidos pelas equações $y = -x$, $y = z$ e $2x + 3y - z - 1 = 0$, respetivamente.

A intersecção dos planos α , β e γ é

- (A) um ponto.
- (B) uma reta.
- (C) um plano.
- (D) o conjunto vazio.

PMC2015

12.2. Qual é o valor do limite da sucessão de termo geral $\left(\frac{n+5}{n+1}\right)^{\frac{n}{2}}$?

- (A) $+\infty$
- (B) 1
- (C) e^4
- (D) e^2

13. Determine o conjunto dos números reais que são soluções da inequação

$$\log_2(x+1) \leq 3 - \log_2(8-x)$$

Apresente a resposta usando a notação de intervalos de números reais.

14. Seja f a função, de domínio \mathbb{R} , definida por

$$f(x) = \begin{cases} 3 + \frac{e^x}{1-x} & \text{se } x < 1 \\ \frac{\ln(x^2) + 2}{x} & \text{se } x \geq 1 \end{cases}$$

14.1. Determine $f'(0)$, recorrendo à definição de derivada de uma função num ponto.

14.2. Estude a função f quanto à existência de assíntotas horizontais do seu gráfico.

14.3. Seja h a função, de domínio \mathbb{R} , definida por $h(x) = x + 1$

Qual é o valor de $(f \circ h^{-1})(2)$?

(o símbolo \circ designa a composição de funções)

(A) 0

(B) 1

(C) 2

(D) 3

15. Seja g a função, de domínio $[0, \pi]$, definida por $g(x) = 2 \operatorname{sen} x + \operatorname{sen}^2 x$

Seja r a reta tangente ao gráfico da função g que tem declive máximo.

Determine o declive da reta r

Apresente a sua resposta na forma $\frac{a\sqrt{b}}{c}$, com a, b e c números naturais.

FIM

COTAÇÕES (Caderno 2)

9.		
9.1. ou 9.2.	8 pontos
10.	12 pontos
11.	8 pontos
12.		
12.1. ou 12.2.	8 pontos
13.	13 pontos
14.		
14.1.	13 pontos
14.2.	13 pontos
14.3.	8 pontos
15.	12 pontos
		<hr/>
		95 pontos
		<hr/>
TOTAL (Caderno 1 + Caderno 2)	200 pontos