

**Exame Final Nacional de Matemática B**  
**Prova 735 | 1.ª Fase | Ensino Secundário | 2018**

11.º Ano de Escolaridade

Decreto-Lei n.º 139/2012, de 5 de julho

**Critérios de Classificação**

10 Páginas

---

## CRITÉRIOS GERAIS DE CLASSIFICAÇÃO

A classificação a atribuir a cada resposta resulta da aplicação dos critérios gerais e dos critérios específicos apresentados para cada item e é expressa por um número inteiro.

As respostas ilegíveis ou que não possam ser claramente identificadas são classificadas com zero pontos.

Em caso de omissão ou de engano na identificação de uma resposta, esta pode ser classificada se for possível identificar inequivocamente o item a que diz respeito.

Se for apresentada mais do que uma resposta ao mesmo item, só é classificada a resposta que surgir em primeiro lugar.

Os critérios de classificação apresentam-se organizados por níveis de desempenho ou por etapas. A cada nível de desempenho e a cada etapa corresponde uma dada pontuação.

A classificação das respostas aos itens cujos critérios se apresentam organizados por níveis de desempenho resulta da pontuação do nível de desempenho em que forem enquadradas e da aplicação dos critérios de desvalorização definidos para situações específicas.

A classificação das respostas aos itens cujos critérios se apresentam organizados por etapas resulta da soma das pontuações atribuídas às etapas apresentadas e da aplicação dos critérios de desvalorização definidos para situações específicas.

Nas respostas classificadas por níveis de desempenho, se permanecerem dúvidas quanto ao nível a atribuir, deve optar-se pelo nível mais elevado de entre os dois tidos em consideração. Qualquer resposta que não atinja o nível 1 de desempenho é classificada com zero pontos.

A classificação das respostas aos itens com cotação igual ou superior a 20 pontos e que envolvam a produção de um texto tem em conta a clareza, a organização dos conteúdos e a utilização do vocabulário específico da Matemática.

As respostas que não apresentem exatamente os mesmos termos ou expressões constantes nos critérios específicos de classificação são classificadas em igualdade de circunstâncias com aquelas que os apresentem, desde que o seu conteúdo seja cientificamente válido, adequado ao solicitado e enquadrado pelos documentos curriculares de referência.

A classificação das respostas aos itens que envolvam o uso das potencialidades gráficas da calculadora tem em conta a apresentação de todos os elementos visualizados na sua utilização.

No quadro seguinte, apresentam-se os critérios de classificação a aplicar, em situações específicas, às respostas aos itens de resposta restrita e aos itens de resposta extensa que envolvam cálculos ou justificações.

Situação	Classificação
1. Utilização de processos de resolução que não estão previstos no critério específico de classificação.	É aceite qualquer processo de resolução cientificamente correto. O critério específico é adaptado ao processo de resolução apresentado.
2. Utilização de processos de resolução que não respeitem as instruções dadas [exemplo: «recorrendo à regressão sinusoidal»].	A etapa em que a instrução não é respeitada e todas as etapas subsequentes que dela dependam são pontuadas com zero pontos.
3. Apresentação apenas do resultado final quando a resolução do item exige cálculos ou justificações.	A resposta é classificada com zero pontos.
4. Ausência de apresentação de cálculos ou de justificações necessários à resolução de uma etapa.	A etapa é pontuada com zero pontos.

Situação	Classificação
5. Ausência de apresentação explícita de uma etapa que não envolva cálculos ou justificações.	Se a resolução apresentada permitir perceber inequivocamente que a etapa foi percorrida, esta é pontuada com a pontuação prevista. Caso contrário, a etapa é pontuada com zero pontos, bem como todas as etapas subsequentes que dela dependam.
6. Transcrição incorreta de dados do enunciado que não alterem o que se pretende avaliar com o item.	Se a dificuldade da resolução do item não diminuir, é subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas. Se a dificuldade da resolução do item diminuir, o item é classificado do modo seguinte: – nas etapas em que a dificuldade da resolução diminuir, a pontuação máxima a atribuir é a parte inteira de metade da pontuação prevista; – nas etapas em que a dificuldade da resolução não diminuir, a pontuação é atribuída de acordo com os critérios específicos de classificação.
7. Transcrição incorreta de um número ou de um sinal, na resolução de uma etapa.	Se a dificuldade da resolução da etapa não diminuir, é subtraído um ponto à pontuação da etapa. Se a dificuldade da resolução da etapa diminuir, a pontuação máxima a atribuir a essa etapa é a parte inteira de metade da pontuação prevista. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido (ver nota).
8. Ocorrência de um erro ocasional num cálculo, na resolução de uma etapa.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa em que o erro ocorre. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido (ver nota).
9. Ocorrência de um erro que revela desconhecimento de conceitos, de regras ou de propriedades, na resolução de uma etapa.	A pontuação máxima a atribuir a essa etapa é a parte inteira de metade da pontuação prevista. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido (ver nota).
10. Resolução incompleta de uma etapa.	Se à resolução da etapa faltar apenas a passagem final, é subtraído um ponto à pontuação da etapa; caso contrário, a pontuação máxima a atribuir é a parte inteira de metade da pontuação prevista.
11. Apresentação de cálculos intermédios com um número de casas decimais diferente do solicitado ou apresentação de um arredondamento incorreto.	É subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas, salvo se houver indicação em contrário no critério específico de classificação.
12. Apresentação do resultado final que não respeita a forma solicitada [exemplo: é pedido o resultado em centímetros, e a resposta apresenta-se em metros].	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
13. Utilização de valores exatos nos cálculos intermédios e apresentação do resultado final com aproximação, quando deveria ter sido apresentado o valor exato.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
14. Utilização de valores aproximados numa etapa quando deveriam ter sido usados valores exatos.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa, salvo se houver indicação em contrário no critério específico de classificação. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os critérios gerais e específicos de classificação.

Situação	Classificação
15. Apresentação do resultado final com um número de casas decimais diferente do solicitado, ou apresentação do resultado final incorretamente arredondado.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
16. Omissão da unidade de medida na apresentação do resultado final.	A etapa relativa à apresentação do resultado final é pontuada com a pontuação prevista.
17. Apresentação de elementos em excesso face ao solicitado.	<p>Se os elementos em excesso não afetarem a caracterização do desempenho, a classificação a atribuir à resposta não é desvalorizada.</p> <p>Se os elementos em excesso afetarem a caracterização do desempenho, são subtraídos dois pontos à soma das pontuações atribuídas.</p>
18. Utilização de simbologias ou de expressões inequivocamente incorretas do ponto de vista formal.	<p>É subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas, exceto:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– se as incorreções ocorrerem apenas em etapas já pontuadas com zero pontos;</li> <li>– nos casos de uso do símbolo de igualdade em que, em rigor, deveria ter sido usado o símbolo de igualdade aproximada.</li> </ul>

**Nota** – Se a dificuldade da resolução das etapas subsequentes não diminuir, estas são pontuadas de acordo com os critérios específicos de classificação; se a dificuldade da resolução das etapas subsequentes diminuir, a pontuação máxima a atribuir a cada uma delas é a parte inteira de metade da pontuação prevista.

# CRITÉRIOS ESPECÍFICOS DE CLASSIFICAÇÃO

## GRUPO I

<b>1.1.</b> .....	<b>10 pontos</b>
Identificar o valor mínimo do investimento inicial (1800 euros).....	5 pontos
Identificar a área total do terreno (60 ha) .....	5 pontos
<b>1.2.</b> .....	<b>20 pontos</b>
Apresentar a função objetivo ( $L(x, y) = 350x + 200y$ ) .....	2 pontos
Representar graficamente a região admissível .....	6 pontos
Representar graficamente as retas de equações $x = 50$ e $y = 40$ .....	(1+1) ..... 2 pontos
Representar graficamente as retas de equações $x + y = 60$ e $36x + 45y = 1800$ .....	(1+1) ..... 2 pontos
Assinalar o polígono .....	2 pontos
Obter as coordenadas dos vértices do polígono que pertencem aos eixos coordenados ((50, 0) e (0, 40)) .....	(1+1) ..... 2 pontos
Obter as coordenadas dos vértices do polígono que não pertencem aos eixos coordenados ((20, 40) e (50, 10)) .....	(2+2) ..... 4 pontos
Calcular o lucro correspondente a cada um dos vértices do polígono (ou implementar o método da paralela à reta de nível zero) ( <b>ver nota</b> ) ..	(1x4) .. 4 pontos
Apresentar os valores pedidos (50 ha de touriga nacional e 10 ha de touriga franca) .....	2 pontos
<b>Nota</b> – No caso de ser implementado o método da paralela à reta de nível zero, se apenas for representada, corretamente, essa reta, a pontuação a atribuir a esta etapa é 2 pontos.	

2. .... 15 pontos

- Representar graficamente a função  $t$  (**ver nota**) ..... 4 pontos
- Assinalar o ponto que permite determinar a distância  $N$  ..... 1 ponto
- Obter a ordenada desse ponto (5,88...) ..... 3 pontos
- Identificar o valor de  $N$  com a diferença entre esta ordenada e 1 ..... 5 pontos
- Apresentar o valor pedido (4,9 m) ..... 2 pontos

**Nota** – Se não for representado o referencial, a pontuação a atribuir a esta etapa é desvalorizada em 1 ponto.

3. .... 15 pontos

Calcular  $P(X < 450)$  ..... 11 pontos

Esta etapa pode ser resolvida por, pelo menos, três processos.

**1.º Processo**

- Identificar 450 com  $\mu - 2\sigma$  ..... 3 pontos
- Determinar  $P(450 < X < 500)$  (0,47725) ..... 4 pontos
- Calcular  $0,5 - 0,47725$  (0,02275) ..... 4 pontos

**2.º Processo**

- Identificar 450 com  $\mu - 2\sigma$  ..... 3 pontos
- Determinar  $1 - P(450 < X < 550)$  (0,0455) ..... 4 pontos
- Calcular  $\frac{0,0455}{2}$  (0,02275) ..... 4 pontos

**3.º Processo**

Determinar, com o auxílio da calculadora, um valor aproximado de  $P(X < 450)$  (0,02275...) ..... 11 pontos

Obter o valor pedido (34) ..... 4 pontos

**GRUPO II**

1.1. .... 10 pontos

- Apresentar uma expressão geradora da sequência  $\left(\frac{n(n+1)}{2}\right)$  ou equivalente) (**ver nota**) ..... 5 pontos
- Substituir  $n$  por 8 nessa expressão (**ver nota**) ..... 3 pontos
- Obter o valor pedido (36) ..... 2 pontos

**Nota** – Pode ser apresentada apenas a expressão «6 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8» (ou equivalente), ou podem ser apresentados todos os termos da sequência.

1.2. .... 15 pontos

Níveis	Descritores de desempenho	Pontuação
4	Justifica que os termos da sequência não são termos consecutivos de uma progressão aritmética nem são termos consecutivos de uma progressão geométrica. <b>Exemplo</b> «Não é progressão aritmética, porque $3 - 1 \neq 6 - 3$ , e não é progressão geométrica, porque $\frac{3}{1} \neq \frac{6}{3}$ .»	15
3	Apenas justifica que os termos da sequência não são termos consecutivos de uma progressão aritmética ou apenas justifica que os termos da sequência não são termos consecutivos de uma progressão geométrica.	8
2	Apresenta justificações corretas para ambos os tipos de progressão, mas troca-os. <b>Exemplo</b> «Não é progressão aritmética, porque $\frac{3}{1} \neq \frac{6}{3}$ , e não é progressão geométrica, porque $3 - 1 \neq 6 - 3$ .»	6
1	Apresenta apenas parte de uma estratégia adequada de resolução do problema. <b>Exemplo</b> « $3 - 1 = 2$ e $\frac{3}{1} = 3$ .»	3

2. .... 15 pontos

- Identificar as listas introduzidas na calculadora ..... 1 ponto
- Apresentar o valor do declive e o valor da ordenada na origem da reta de regressão linear ( 4,582 e -374,385 , respetivamente) ..... 7 pontos
- Obter a estimativa ..... 5 pontos
- Apresentar o valor pedido (5242 milhões de euros) ..... 2 pontos

**GRUPO III**

1. .... 10 pontos

- Representar graficamente a função  $A$  (ver notas 1 e 2) ..... 3 pontos
- Representar graficamente a reta de equação  $y = 17$  (ver nota 2) ..... 1 ponto
- Assinalar o primeiro ponto de intersecção dos gráficos ..... 1 ponto
- Obter a abcissa desse ponto (5,941...) ..... 2 pontos
- Converter 0,941... horas em minutos ..... 2 pontos
- Apresentar o valor pedido (14 h 56 min) ..... 1 ponto

**Notas:**

1. Se for representada uma restrição da função  $A$  num intervalo de extremos  $0$  e  $a$ , com  $0 < a \leq 12$ , que permita visualizar o ponto relevante para a resolução do problema, a pontuação a atribuir a esta etapa não é desvalorizada. Se for representado um prolongamento da função  $A$ , a pontuação a atribuir a esta etapa é desvalorizada em 1 ponto.
2. Se não for representado o referencial, a soma das pontuações a atribuir a estas etapas é desvalorizada em 1 ponto.

**2.1. .... 10 pontos**

- Identificar o instante em que a avaria foi detetada com  $x = 0$  ..... 2 pontos
- Substituir  $x$  por 0 na expressão da função  $T$  ..... 2 pontos
- Obter  $T(0)$  (17,27...) ..... 5 pontos
- Apresentar o valor pedido (17,3 °C) ..... 1 ponto

**2.2. .... 10 pontos**

- Identificar  $x = 1$  com 1 hora decorrida desde o instante em que a avaria foi detetada ..... 2 pontos
- Referir que a temperatura ambiente na cave estava a aumentar ..... 4 pontos
- Identificar 0,5 com um valor aproximado da taxa de 0,5 °C por hora (**ver nota**) ..... 4 pontos

**Nota** – Se for omitido que 0,5 é um valor aproximado, a pontuação a atribuir a esta etapa não é desvalorizada.

**Exemplos de resposta e das correspondentes classificações**

Exemplos	Classificação
<b>Exemplo 1</b> «Às 10 horas, a temperatura ambiente na cave está a aumentar à taxa de cerca de 0,5 °C por hora.»	<b>10 pontos</b>
<b>Exemplo 2</b> « 1 hora após as 9 horas daquele dia, a temperatura ambiente na cave estava a aumentar cerca de 0,5 °C por hora.»	<b>10 pontos</b>
<b>Exemplo 3</b> «À 1 hora, a temperatura ambiente na cave está a aumentar à taxa de cerca de 0,5 °C por hora.»	<b>8 pontos</b> (0+4+4)
<b>Exemplo 4</b> «Às 10 horas, a temperatura ambiente na cave estava a aumentar.»	<b>6 pontos</b> (2+4+0)
<b>Exemplo 5</b> «Às 10 horas, a temperatura ambiente na cave estava a diminuir cerca de 0,5 °C por hora.»	<b>6 pontos</b> (2+0+4)
<b>Exemplo 6</b> «A temperatura ambiente na cave estava a variar à taxa de cerca de 0,5 °C por hora.»	<b>4 pontos</b> (0+0+4)
<b>Exemplo 7</b> «Às 10 horas, a temperatura ambiente na cave era cerca de 0,5 °C .»	<b>2 pontos</b> (2+0+0)



**2.3. .... 15 pontos**

Identificar 16 h com $x = 7$ .....	1 ponto
Identificar 22 h com $x = 13$ .....	1 ponto
Escrever $T(7) = 20$ (ou equivalente) .....	2 pontos
Escrever $T(13) = 20$ (ou equivalente) .....	2 pontos
Traduzir o problema pela condição $T(7) = 20 \wedge T(13) = 20$ .....	1 ponto
Resolver a condição anterior .....	7 pontos

Esta etapa pode ser resolvida por, pelo menos, dois processos.

**1.º Processo**

Representar graficamente a reta de equação $3380a + 260b = -9$ .....	2 pontos
Representar graficamente a reta de equação $980a + 140b = -9$ .....	2 pontos
Assinalar o ponto de intersecção das duas retas .....	1 ponto
Obter os valores das coordenadas desse ponto (0,0049... e -0,0989...) .....	2 pontos

**2.º Processo**

Resolver uma das equações em ordem a uma das incógnitas .....	2 pontos
Substituir, na outra equação, essa incógnita pela expressão obtida .....	1 ponto
Resolver a equação obtida .....	2 pontos
Substituir, na 1.ª equação, a incógnita pelo valor obtido .....	1 ponto
Resolver a equação obtida .....	1 ponto
Apresentar os valores pedidos ( $a \approx 0,005$ e $b \approx -0,1$ ) .....	1 ponto

**GRUPO IV**

**1.1. .... 15 pontos**

Utilizar um triângulo retângulo de hipotenusa $j$ e cateto 1,1 .....	2 pontos
Obter o outro cateto (1,71) .....	4 pontos
Aplicar o teorema de Pitágoras .....	2 pontos
Obter o valor de $j$ .....	3 pontos
Obter a capacidade do barril .....	2 pontos
Concluir que será possível armazenar 5000 litros de vinho no barril .....	2 pontos

**1.2. .... 15 pontos**

- Indicar que o ponto  $Q$  tem coordenadas  $(-0, 620; -0, 465)$  ou reconhecer que a reta  $PQ$  passa na origem ..... 3 pontos
- Obter o declive da reta  $PQ$   $(0,75)$  ..... 5 pontos
- Identificar a ordenada na origem  $(0)$  ..... 4 pontos
- Escrever a equação pedida  $(y = 0,75x)$  ..... 3 pontos

**2.1. .... 10 pontos**

- Identificar a abcissa do vértice da parábola com metade de  $-\frac{b}{a}$  ..... 3 pontos
- Identificar a ordenada do vértice da parábola com  $f\left(-\frac{b}{2a}\right)$  ..... 3 pontos
- Substituir  $x$  por  $-\frac{b}{2a}$  na expressão da função  $f$  ..... 1 ponto
- Obter  $f\left(-\frac{b}{2a}\right) = -\frac{b^2}{4a}$  ..... 3 pontos

**2.2. .... 15 pontos**

- Escrever  $\operatorname{tg}(\alpha) = \frac{-\frac{b^2}{4a}}{-\frac{b}{2a}}$  ..... 5 pontos
- Obter  $\operatorname{tg}(\alpha) = \frac{b}{2}$  ..... 5 pontos
- Escrever  $b = 2 \operatorname{tg}(0,3)$  ..... 3 pontos
- Apresentar o valor pedido  $(0,01)$  (**ver nota**) ..... 2 pontos

**Nota** – Se for apresentado  $0,62$ , por se ter utilizado  $\alpha = 0,3$  radianos, a pontuação a atribuir a esta etapa é desvalorizada em 1 ponto.

**COTAÇÕES**

Grupo	Item					Cotação (em pontos)
	Cotação (em pontos)					
I	1.1.	1.2.	2.	3.		60
	10	20	15	15		
II	1.1.	1.2.	2.			40
	10	15	15			
III	1.	2.1.	2.2.	2.3.		45
	10	10	10	15		
IV	1.1.	1.2.	2.1.	2.2.		55
	15	15	10	15		
<b>TOTAL</b>						<b>200</b>