

Prova Escrita de Matemática Aplicada às Ciências Sociais

10.º e 11.º Anos de Escolaridade

Prova 835/2.ª Fase

9 Páginas

Duração da Prova: 150 minutos. Tolerância: 30 minutos.

2011

COTAÇÕES

1.	20 pontos	
		20 pontos
2.	20 pontos	
		20 pontos
3.		
3.1.	10 pontos	
3.2.	20 pontos	
3.3.		
3.3.1.	15 pontos	
3.3.2.	15 pontos	
		60 pontos
4.		
4.1.	15 pontos	
4.2.	20 pontos	
		35 pontos
5.		
5.1.	15 pontos	
5.2.	20 pontos	
5.3.	15 pontos	
5.4.	15 pontos	
		65 pontos
		200 pontos
TOTAL		

A classificação da prova deve respeitar integralmente os critérios gerais e os critérios específicos a seguir apresentados.

CRITÉRIOS GERAIS DE CLASSIFICAÇÃO

A classificação a atribuir a cada resposta resulta da aplicação dos critérios gerais e dos critérios específicos de classificação apresentados para cada item e é expressa por um número inteiro, previsto nas grelhas de classificação.

As respostas ilegíveis ou que não possam ser claramente identificadas são classificadas com zero pontos. No entanto, em caso de omissão ou de engano na identificação de uma resposta, esta pode ser classificada se for possível identificar inequivocamente o item a que diz respeito.

Se o examinando responder a um mesmo item mais do que uma vez, não eliminando inequivocamente a(s) resposta(s) que não deseja que seja(m) classificada(s), deve ser considerada apenas a resposta que surgir em primeiro lugar.

Os critérios de classificação dos itens de construção (resposta restrita e resposta extensa) apresentam-se organizados por etapas e/ou por níveis de desempenho. A cada etapa e a cada nível de desempenho corresponde uma dada pontuação.

Nos itens de resposta extensa que impliquem a produção de um texto, a classificação a atribuir traduz a avaliação simultânea das competências específicas da disciplina e das competências de comunicação escrita em língua portuguesa. A avaliação das competências de comunicação escrita em língua portuguesa contribui para valorizar a classificação atribuída ao desempenho no domínio das competências específicas da disciplina. Esta valorização é cerca de 10% da cotação do item e faz-se de acordo com os níveis de desempenho descritos no quadro seguinte.

Níveis	Descritores
3	Composição bem estruturada, sem erros de sintaxe, de pontuação e/ou de ortografia, ou com erros esporádicos, cuja gravidade não implique perda de inteligibilidade e/ou de sentido.
2	Composição razoavelmente estruturada, com alguns erros de sintaxe, de pontuação e/ou de ortografia, cuja gravidade não implique perda de inteligibilidade e/ou de sentido.
1	Composição sem estruturação aparente, com erros graves de sintaxe, de pontuação e/ou de ortografia, cuja gravidade implique perda frequente de inteligibilidade e/ou de sentido.

No caso de a resposta não atingir o nível 1 de desempenho no domínio específico da disciplina, não é classificado o domínio da comunicação escrita em língua portuguesa.

As respostas podem não apresentar exactamente os termos ou as expressões constantes dos exemplos de resposta, desde que o seu conteúdo seja considerado cientificamente válido e adequado ao solicitado e que a linguagem usada em alternativa seja adequada e rigorosa. Nestes casos, os elementos de resposta cientificamente válidos devem ser pontuados segundo procedimentos análogos aos previstos nos descritores apresentados.

Havendo escolas em que os alunos já contactam com as novas regras ortográficas, uma vez que o Acordo Ortográfico de 1990 já foi ratificado e dado que qualquer cidadão, nesta fase de transição, pode optar pela ortografia prevista quer no Acordo de 1945, quer no de 1990, são consideradas correctas, na classificação das provas de exame nacional, as grafias que seguirem o que se encontra previsto em qualquer um destes normativos.

No quadro seguinte, apresentam-se os critérios de classificação a aplicar em situações não descritas anteriormente.

Situação	Classificação
1. Classificação da resposta a um item cujo critério se apresenta organizado por etapas.	A pontuação indicada para cada etapa é a pontuação máxima que lhe é atribuível. A classificação da resposta resulta da soma das pontuações das diferentes etapas.
2. Pontuação de uma etapa dividida em passos.	A pontuação indicada para cada passo é a pontuação máxima que lhe é atribuível. A pontuação da etapa resulta da soma das pontuações dos diferentes passos.
3. Classificação da resposta a um item ou pontuação de uma etapa cujo critério se apresenta organizado por níveis de desempenho.	A resposta é enquadrada numa das descrições apresentadas.
4. Utilização de processos de resolução que não estão previstos no critério específico de classificação.	É aceite e classificado qualquer processo de resolução cientificamente correcto. O critério específico deve ser adaptado ao processo de resolução apresentado, mediante distribuição da cotação do item pelas etapas* percorridas pelo examinando. Esta adaptação do critério deve ser utilizada em todos os processos de resolução análogos.
5. Apresentação apenas do resultado final, embora a resolução do item exija cálculos e/ou justificações.	A resposta é classificada de acordo com os critérios específicos.
6. Ausência de apresentação dos cálculos e/ou das justificações necessárias à resolução de uma etapa.*	A etapa é pontuada com zero pontos, bem como todas as etapas subsequentes que dela dependam, salvo se houver indicação em contrário no critério específico de classificação.
7. Ausência de apresentação explícita de uma dada etapa.	Se a resolução apresentada permitir perceber inequivocamente que a etapa foi percorrida, a mesma é pontuada com a pontuação total para ela prevista.
8. Transposição incorrecta de dados do enunciado.	Se o grau de dificuldade da resolução não diminuir, é subtraído um ponto à pontuação da etapa. Se o grau de dificuldade da resolução da etapa diminuir, a pontuação máxima a atribuir a essa etapa deve ser a parte inteira de metade da pontuação prevista.
9. Ocorrência de um erro ocasional num cálculo.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa em que o erro ocorre.
10. Ocorrência de um erro que revela desconhecimento de conceitos, de regras ou de propriedades.	A pontuação máxima a atribuir nessa etapa deve ser a parte inteira de metade da pontuação prevista.

* Em situações em que o critério é aplicável tanto a **etapas** como a **passos**, utiliza-se apenas o termo «etapas», por razões de simplificação da apresentação.

Situação	Classificação
11. Ocorrência de um erro na resolução de uma etapa.	<p>A etapa é pontuada de acordo com o erro cometido.</p> <p>As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido:</p> <ul style="list-style-type: none"> – se o grau de dificuldade das etapas subsequentes não diminuir, estas são pontuadas de acordo com os critérios específicos de classificação; – se o grau de dificuldade das etapas subsequentes diminuir, a pontuação máxima a atribuir a cada uma delas deve ser a parte inteira de metade da pontuação prevista.
12. Resolução incompleta de uma etapa.	Se à resolução da etapa faltar apenas o passo final, é subtraído um ponto à pontuação da etapa; caso contrário, a pontuação máxima a atribuir deve ser a parte inteira de metade da pontuação prevista.
13. Apresentação de cálculos intermédios com um número de casas decimais diferente do solicitado e/ou apresentação de um arredondamento incorrecto.	É subtraído um ponto à classificação total da resposta.
14. Apresentação do resultado final que não respeita a forma solicitada [exemplos: é pedido o resultado na forma de fracção, e a resposta apresenta-se na forma de dízima; é pedido o resultado em centímetros, e a resposta apresenta-se em metros].	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
15. Omissão da unidade de medida na apresentação do resultado final [exemplo: «15» em vez de «15 metros»].	A etapa relativa à apresentação do resultado final é pontuada com a pontuação total para ela prevista.
16. Apresentação do resultado final com aproximação, quando deveria ter sido apresentado o valor exacto.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
17. Apresentação do resultado final com um número de casas decimais diferente do solicitado e/ou apresentação do resultado final incorrectamente arredondado.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.

CRITÉRIOS ESPECÍFICOS DE CLASSIFICAÇÃO

1. 20 pontos

- Determinar o número de pontos de Braga ($8 \times 3 + 3 \times 2 + 6 \times 1 + 4 \times 1 = 40$) (1 + 1 + 1 + 1 + 1) 5 pontos
- Determinar o número de pontos de Lamego ($6 \times 3 + 8 \times 2 + 4 \times 2 + 3 \times 1 = 45$) (1 + 1 + 1 + 1 + 1) 5 pontos
- Determinar o número de pontos de Amarante ($4 \times 3 + 3 \times 3 + 6 \times 2 + 8 \times 1 = 41$) (1 + 1 + 1 + 1 + 1) 5 pontos
- Relacionar a escolha da cidade vencedora pelo método de contagem de Borda com a 1.^a preferência mais votada 5 pontos

2. 20 pontos

- Calcular o valor global atribuído, por cada jovem, ao prémio (1 + 1 + 1) 3 pontos
[Manuel (€1520); José (€1520); Paulo (€1280)]
- Determinar a porção justa para cada jovem (1 + 1 + 1) 3 pontos
[Manuel ($€1520 \times 0,4 = €608$); José ($€1520 \times 0,3 = €456$); Paulo ($€1280 \times 0,3 = €384$)]
- Atribuir os bens aos jovens (1 + 1 + 1) 3 pontos
[Manuel (televisor, €800); José (consola de jogos, €700); Paulo (máquina fotográfica, €180)]
- Apurar o valor a pagar ou a receber por cada jovem (1 + 1 + 1) 3 pontos
[Manuel (a pagar: €192); José (a pagar: €244); Paulo (a receber: €204)]
- Apurar o excesso 2 pontos
($€192 + €244 - €204 = €232$)
- Dividir o excesso por cada jovem (1 + 1 + 1) 3 pontos
[Manuel ($€232 \times 0,4 = €92,80$); José ($€232 \times 0,3 = €69,60$); Paulo ($€232 \times 0,3 = €69,60$)]
- Indicar o bem e o valor final a receber, ou a pagar, por cada jovem .. (1 + 1 + 1)... 3 pontos
[O Manuel recebe o televisor e paga €99,20; o José recebe a consola de jogos e paga €174,40; o Paulo recebe a máquina fotográfica e recebe €273,60]

3.1. 10 pontos

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos.

1.º Processo

Se o examinando recorrer à calculadora:

- Apresentar as listas introduzidas na calculadora 2 pontos
- Obter o modelo de regressão 5 pontos
- Apresentar o capital acumulado no final de 2011 ($\approx €29\,717$) 3 pontos

2.º Processo

Se o examinando não recorrer à calculadora:

Calcular uma razão $\frac{A_{n+1}}{A_n}$ ($\approx 1,025$) 1 ponto

Calcular o capital acumulado no final de 2009 ($\approx \text{€}28\,285$) (**ver nota**) 3 pontos

Calcular o capital acumulado no final de 2010 ($\approx \text{€}28\,992$) (**ver nota**) 3 pontos

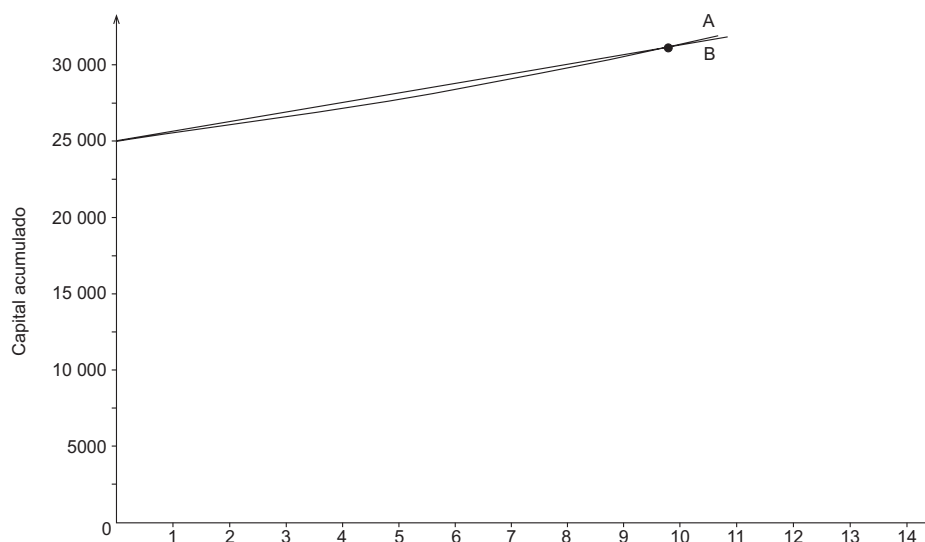
Calcular o capital acumulado no final de 2011 ($\approx \text{€}29\,717$) 3 pontos

Nota – Se o examinando não apresentar o capital acumulado no final de 2009 e no final de 2010 e apresentar apenas o capital acumulado no final de 2011 na forma $27\,595,32 \times 1,025^3$, ou equivalente, a pontuação a atribuir nesta etapa não deve ser desvalorizada.

3.2. 20 pontos

Apresenta-se, a seguir, um exemplo de resposta (**ver nota**).

Tendo em conta a informação da Tabela 3, a instituição A oferece uma taxa de juro anual de 2,5%, e o capital acumulado ao fim de n anos de permanência é $A_n = 25\,000 \times 1,025^n$. Tendo em conta a informação da Tabela 4, a instituição B oferece, para os €25 000, €700 por ano, e o capital acumulado ao fim de n anos de permanência é $B_n = 25\,000 + 700n$. Observemos os gráficos visualizados na calculadora, no mesmo referencial, na janela $[0, 15] \times [0, 35\,000]$.



Assim, até ao final de 2019, a instituição B apresenta-se como sendo a melhor escolha, porque a recta que a representa está acima da curva que representa a instituição A. Mas, no final de 2020 e a partir daí, a instituição A já se apresenta como sendo a melhor escolha, uma vez que a curva que representa a instituição A intersecta a recta que representa a instituição B, ficando acima desta.

Logo, a afirmação do senhor Jerónimo é verdadeira.

Tal como o exemplo ilustra, para que a resposta a este item seja considerada correcta e completa, o examinando deve:

- A) escrever uma expressão que modela o depósito na instituição A;
- B) escrever uma expressão que modela o depósito na instituição B;
- C) reproduzir os gráficos visualizados na calculadora;
- D) indicar a janela de visualização utilizada;
- E) indicar o ano a partir do qual a instituição A se torna mais vantajosa.

A classificação faz-se de acordo com os níveis de desempenho a seguir descritos.

Descritores do nível de desempenho no domínio específico da disciplina		Descritores do nível de desempenho no domínio da comunicação escrita em língua portuguesa	Níveis*		
			1	2	3
Níveis	5	A resposta contempla, correctamente, os cinco pontos.	18	19	20
	4	A resposta contempla, correctamente, apenas quatro dos cinco pontos.	14	15	16
	3	A resposta contempla, correctamente, apenas os pontos A, B e C, ou apenas os pontos A, B e D, ou apenas os pontos A, C e D, ou apenas os pontos B, C e D.	10	11	12
	2	A resposta contempla, correctamente, apenas os pontos A e B, ou apenas os pontos A e C, ou apenas os pontos B e C.	6	7	8
	1	A resposta contempla, correctamente, apenas o ponto A ou apenas o ponto B.	2	3	4

* Descritores apresentados nos Critérios Gerais de Classificação.

Nota – Se o examinando apresentar uma resposta equivalente, considerada cientificamente válida, os elementos de resposta cientificamente válidos devem ser pontuados segundo procedimentos análogos aos previstos nos descritores apresentados.

3.3.1. **15 pontos**

Indicar a existência de 6 voltas distintas 3 pontos

Apresentar as 6 voltas distintas (2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2) 12 pontos

3.3.2. **15 pontos**

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos.

1.º Processo

Calcular o número de voltas $((5 - 1)! = 24)$ (ou equivalente) 12 pontos

Concluir da existência de 12 voltas distintas 3 pontos

2.º Processo

Apresentar as 24 voltas 12 pontos

Concluir da existência de 12 voltas distintas 3 pontos

4.1. **15 pontos**

Calcular a percentagem de indivíduos que viram a publicidade e compraram o novo perfume (40%) 7 pontos

Calcular a percentagem de indivíduos que compraram o novo perfume e não viram a publicidade (5%) 7 pontos

Indicar o valor da probabilidade (5%) 1 ponto

4.2. **20 pontos**

Indicar a percentagem de indivíduos que viram a publicidade e compraram o novo perfume (40%) 7 pontos

Indicar a percentagem de indivíduos que viram a publicidade (75%) 5 pontos

Obter a probabilidade solicitada $\left(\frac{8}{15}\right)$ 8 pontos

5.1. **15 pontos**

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos.

1.º Processo

Se o examinando recorrer à calculadora:

Apresentar as listas introduzidas na calculadora 3 pontos

Indicar o valor do 1.º quartil (0) 4 pontos

Indicar o valor da mediana (1) 4 pontos

Indicar o valor do 3.º quartil (1) 4 pontos

2.º Processo

Se o examinando não recorrer à calculadora:

Determinar o valor do 1.º quartil (0) 5 pontos

Determinar o valor da mediana (1) 5 pontos

Determinar o valor do 3.º quartil (1) 5 pontos

5.2. **20 pontos**

Apresenta-se, a seguir, um exemplo de resposta (**ver nota**).

No Gráfico 1, temos uma figura aproximadamente simétrica, com o centro da amostra a situar-se na proximidade do 2. Reparando no aspecto, verifica-se que o Gráfico 1 apresenta uma distribuição (número de televisores, por habitação, na amostra) com dados muito perto da média, que é igual a 1,70.

No Gráfico 2, temos uma figura ligeiramente enviesada, com o centro da amostra a situar-se na proximidade do 1. Reparando no aspecto gráfico, verifica-se que o Gráfico 2 apresenta uma distribuição (número de leitores de DVD, por habitação, na amostra) com dados mais afastados da média, igual a 1,06.

Assim, o Gráfico 1 apresenta a menor variabilidade e, conseqüentemente, um menor valor do desvio padrão, que é igual a 0,69, quando comparado com o Gráfico 2; o Gráfico 2 apresenta uma maior variabilidade e, conseqüentemente, um maior valor do desvio padrão, igual a 1,03, quando comparado com o Gráfico 1.

Tal como o exemplo ilustra, para que a resposta a este item seja considerada correcta e completa, o examinando deve:

- A) calcular os valores da média e do desvio padrão da variável *número de televisores, por habitação*, na amostra;
- B) calcular os valores da média e do desvio padrão da variável *número de leitores de DVD, por habitação*, na amostra;
- C) concluir.

A classificação faz-se de acordo com os níveis de desempenho a seguir descritos.

Descritores do nível de desempenho no domínio específico da disciplina		Descritores do nível de desempenho no domínio da comunicação escrita em língua portuguesa	Níveis*		
			1	2	3
Níveis	3	A resposta contempla, correctamente, os três pontos.	18	19	20
	2	A resposta contempla, correctamente, apenas os pontos A e B, ou apenas os pontos B e C, ou apenas os pontos A e C.	12	13	14
	1	A resposta contempla, correctamente, apenas o ponto A ou apenas o ponto B.	6	7	8

* Descritores apresentados nos Critérios Gerais de Classificação.

Nota – Se o examinando apresentar uma resposta equivalente, considerada cientificamente válida, os elementos de resposta cientificamente válidos devem ser pontuados segundo procedimentos análogos aos previstos nos descritores apresentados.

5.3. 15 pontos

Escrever $P(X \geq 1) = P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3)$ (ou equivalente) 5 pontos

Calcular b ($P(X = 2) = 0,450$) 3 pontos

Escrever $P(X = 3) + P(X = 2) + P(X = 1) + P(X = 0) = 1$ (ou equivalente).. 4 pontos

Calcular a ($P(X = 0) = 0,005$) 3 pontos

5.4. 15 pontos

Identificar os valores de z , \hat{p} e n 7 pontos

$z = 1,645$ 1

$\hat{p} = 0,45$ (ou 45%) 4

$n = 1000$ 2

Apresentar o intervalo de confiança $(]0,424; 0,476[)$ (**ver nota**)(2 + 2) 4 pontos

Concluir que não há razão para duvidar do aumento da referida percentagem, entre 2001 e 2009 4 pontos

Nota – Se o examinando apresentar $]42,412\%; 47,588\%$, a pontuação a atribuir nesta etapa não deve ser desvalorizada.