

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

**EXAME NACIONAL
DE
MATEMÁTICA**

3.º CICLO DO ENSINO BÁSICO

2007

**Prova 23 – 1.ª Chamada
16 páginas**

Duração da prova: 90 minutos

Critérios de Classificação

COTAÇÕES

1.	5 pontos
2.	6 pontos
3.	8 pontos
4.	5 pontos
5.1.	5 pontos
5.2.	6 pontos
5.3.	6 pontos
6.1.	6 pontos
6.2.	6 pontos
7.	5 pontos
8.	5 pontos
9.	8 pontos
10.	7 pontos
11.	5 pontos
12.1.	5 pontos
12.2.	5 pontos
12.3.	7 pontos
TOTAL	100 pontos

CRITÉRIOS DE CLASSIFICAÇÃO

CrITÉrios gerais

1. A classificação a atribuir a cada resposta deve ser sempre um número inteiro, não negativo, de pontos.
2. Sempre que o examinando não responda a um item, a respectiva célula da grelha de classificação deve ser trancada.
3. Deve ser atribuída a classificação de zero pontos a respostas ilegíveis.
4. Caso o examinando utilize a(s) página(s) em branco que se encontra(m) no final da prova, o classificador deve classificar a(s) resposta(s) eventualmente apresentada(s) nessa(s) página(s). Se o examinando se enganar na identificação de um item, ou se a omitir, mas, pela resolução apresentada, for possível identificá-lo inequivocamente, a resposta deve ser classificada.
5. Não devem ser tomados em consideração erros
 - 5.1. linguísticos e de linguagem simbólica matemática, a não ser que sejam impeditivos da compreensão da resposta;
 - 5.2. derivados de o examinando copiar mal os dados de um item, desde que não afectem a estrutura ou o grau de dificuldade do item.
6. Nos itens de escolha múltipla, às respostas em que o examinando assinala, de forma inequívoca, utilizando uma cruz (**X**) ou outro processo, a alternativa correcta, a classificação a atribuir deve ser a cotação indicada. Se, para além da alternativa correcta, o examinando assinalar outra alternativa que não esteja anulada de forma inequívoca, deve ser atribuída a classificação de zero pontos.
7. Nos itens que não são de escolha múltipla, sempre que o examinando apresente mais do que uma resolução do mesmo item e não indique, de forma inequívoca, a(s) que pretende anular, apenas a primeira deve ser classificada.
8. Para os itens que não são de escolha múltipla, há dois tipos de **critérios específicos de classificação**.
 - 8.1. *Por níveis de desempenho.*

Indica-se uma descrição para cada nível e a respectiva cotação. Cabe ao classificador enquadrar a resposta do examinando numa das descrições apresentadas, sem atender às seguintes incorrecções:

 - erros de cálculo que envolvam apenas as quatro operações elementares;
 - não apresentar o resultado final na forma pedida e/ou apresentá-lo mal arredondado.

Nota:
À classificação a atribuir à resposta a estes itens devem ser aplicadas as seguintes desvalorizações:

 - 1 ponto, por erros de cálculo que envolvam apenas as quatro operações elementares (independentemente do número de erros cometidos);
 - 1 ponto, por não apresentar o resultado final na forma pedida (por exemplo: sem unidade de medida) e/ou por apresentar o resultado final mal arredondado.

8.2. *Por etapas de resolução do item.*

Indica-se uma descrição de cada etapa e a respectiva cotação. A classificação a atribuir à resposta é a soma das classificações obtidas em cada etapa.

8.2.1. Em cada etapa, a classificação a atribuir deve ser:

- a cotação indicada, se a mesma estiver inteiramente correcta ou, mesmo não o estando, se as incorrecções resultarem apenas de erros de cálculo que envolvam as quatro operações elementares;
- zero pontos, nos restantes casos.

Nota:

À classificação a atribuir à resposta a estes itens deve ser aplicada a seguinte desvalorização:

- 1 ponto, por erros de cálculo que envolvam apenas as quatro operações elementares (independentemente do número de erros cometidos), a não ser que esses erros ocorram apenas em etapas classificadas com zero pontos.

8.2.2. Pode acontecer que um examinando, ao resolver um item, não explicita todas as etapas previstas nos critérios específicos de classificação. Todas as etapas não expressas pelo examinando, mas cuja utilização e/ou conhecimento estejam implícitos na resolução apresentada, devem ser classificadas com a cotação indicada.

8.2.3. No caso de o examinando cometer um erro numa das etapas, as etapas subsequentes devem ser classificadas de acordo com **8.2.1.**

Se, apesar do erro cometido, o grau de dificuldade das etapas subsequentes se mantiver, a cotação dessas etapas continua a ser a indicada.

Se, em virtude do erro cometido, o grau de dificuldade das etapas subsequentes diminuir significativamente, a cotação dessas etapas deve ser metade da cotação indicada, arredondada por defeito.

9. Alguns itens da prova poderão ser correctamente resolvidos por mais do que um processo. Sempre que o examinando utilizar um processo de resolução correcto, não contemplado nos critérios específicos de classificação, à sua resposta deve ser atribuída a cotação total do item.

Caso contrário, cabe ao professor classificador, tendo como referência os níveis de desempenho/as etapas de resolução do item apresentados e as respectivas cotações, adoptar um critério de distribuição da cotação total do item e utilizá-lo em situações idênticas.

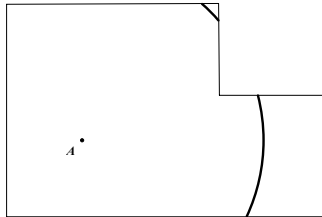
Critérios específicos

1. 5

A classificação deve ser atribuída de acordo com os seguintes níveis de desempenho:

Determina correctamente o raio do lugar geométrico pedido e utiliza o compasso para o desenhar, com *rigor aproximado* (ver notas 1, 2, 3 e 4)..... 5

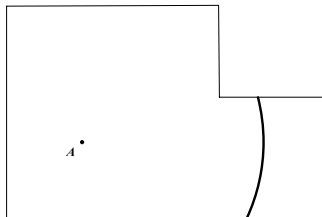
Exemplo 1:



$$\frac{1}{50} = \frac{x}{300} \Leftrightarrow x = \frac{300}{50} \Leftrightarrow x = 6$$

Determina correctamente o raio do lugar geométrico pedido e utiliza o compasso para desenhar, com *rigor aproximado*, um número infinito de pontos estritamente contido nesse lugar geométrico (ver notas 1, 2, 3 e 4)..... 4

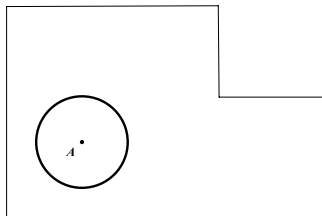
Exemplo 1:



$$\frac{1}{50} = \frac{x}{300} \Leftrightarrow x = \frac{300}{50} \Leftrightarrow x = 6$$

Não determina correctamente o raio do lugar geométrico pedido, **mas**, de acordo com o erro cometido, utiliza o compasso para o desenhar, com *rigor aproximado* (ver notas 1, 2 e 4)..... 3

Exemplo 1:



$$\frac{100}{x} = \frac{50}{3} \Leftrightarrow x = \frac{50 \times 3}{100} \Leftrightarrow x = 1,5$$

Determina correctamente o raio do lugar geométrico pedido, **mas não** assinala um número infinito de pontos.

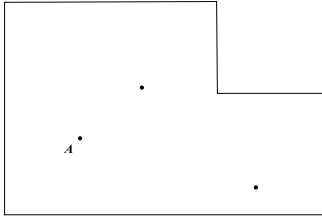
ou

Assinala apenas um número finito de pontos, cuja distância ao ponto A está compreendida entre 5,9 cm e 6,1 cm (inclusive)..... 1

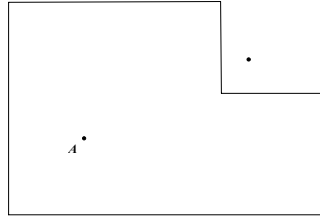
Exemplo 1:

$$\frac{1}{50} = \frac{x}{300} \Leftrightarrow x = \frac{300}{50} \Leftrightarrow x = 6$$

Exemplo 2:



Exemplo 3:



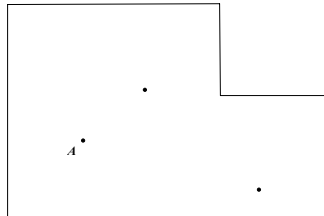
$$\frac{1}{50} = \frac{x}{300} \Leftrightarrow x = \frac{300}{50} \Leftrightarrow x = 6$$

Dá outra resposta..... 0

Exemplo 1:

$$\frac{100}{x} = \frac{50}{3} \Leftrightarrow x = \frac{50 \times 3}{100} \Leftrightarrow x = 1,5$$

Exemplo 2:



Notas:

1. Se houver evidência de que o examinando não utiliza o compasso, para desenhar um número infinito de pontos, a sua resposta deve ser desvalorizada em 1 ponto.
2. Considera-se que o desenho é feito com *rigor aproximado* se o comprimento do raio da circunferência, que contém o lugar geométrico desenhado, tiver um erro não superior a 0,1 cm.
3. Se o examinando não apresentar os cálculos efectuados, para determinar o raio do lugar geométrico pedido, a sua resposta deve ser desvalorizada em 1 ponto.
4. Se o examinando desenhar, de acordo com esta descrição, para além dos limites da planta da sala, a sua resposta deve ser desvalorizada em 1 ponto.

2. 6

Responde correctamente ($c = 2,54 p$)..... 6

Dá outra resposta..... 0

3. 8

Podem ser utilizados vários processos para responder a este item, como por exemplo:

1.º Processo

A classificação deve ser atribuída de acordo com as seguintes etapas:

Substituir correctamente, na 1.ª equação, y pela expressão $\frac{x}{2} - 2$ 3

Resolver a equação obtida ($x = 2$)..... 1

Substituir correctamente, na 2.ª equação, x pelo valor encontrado..... 2

Resolver a equação obtida ($y = -1$)..... 1

Escrever o par ordenado $((2, -1))$ 1

2.º Processo

A classificação deve ser atribuída de acordo com as seguintes etapas:

Resolver uma das equações em ordem a uma das incógnitas (x ou y)..... 1

Substituir, na outra equação, essa incógnita pela expressão obtida..... 2

Resolver a equação obtida..... 1

Substituir correctamente, na outra equação, a incógnita (y ou x) pelo valor encontrado..... 2

Resolver a equação obtida..... 1

Escrever o par ordenado $((2, -1))$ 1

4. 5

A classificação deve ser atribuída de acordo com os seguintes níveis de desempenho:

Mostra que o período de repetição do programa (no mesmo dia, nos três canais) é de 72 dias e responde correctamente (1.º, 73.º e 145.º dias de campanha) (**ver nota**)..... 5

Exemplo 1:

$$\text{m.m.c.}(9, 18, 24) = 72$$

A emissão do programa coincidiu no 1.º, 73.º e 145.º dias de campanha.

Exemplo 2:

9, 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, 81, 90, 99, 108, 117, 126, 135, 144, 153, 162, 171, 180

18, 36, 54, 72, 90, 108, 126, 144, 162, 180

24, 48, 72, 96, 120, 144, 168

A emissão do programa coincidiu no 1.º, 73.º e 145.º dias de campanha.

Correctamente, mostra apenas que o período de repetição do programa (no mesmo dia, nos três canais) é de 72 dias..... 3

Exemplo 1:

$$\text{m.m.c.}(9, 18, 24) = 72$$

A emissão do programa coincidiu no 72.º dia de campanha.

Determina incorrectamente o período de repetição do programa (no mesmo dia, nos três canais) e responde correctamente de acordo com o erro cometido (**ver nota**)..... 2

Exemplo 1:

$$\text{m.m.c.}(9, 18, 24) = 24$$

A emissão do programa coincidiu no 1.º, 25.º, 49.º, 73.º, 97.º, 121.º, 145.º, 169.º dias de campanha.

Correctamente, apenas decompõe 9, 18 e 24 num produto de factores primos.

OU

Responde correctamente, **mas não** mostra como obteve a resposta (**ver nota**)..... 1

Dá outra resposta..... 0

Nota:

Se o examinando não indicar na sua resposta o 1.º dia de campanha, a mesma não deve ser desvalorizada.

5.1. 5

A classificação deve ser atribuída de acordo com os seguintes níveis de desempenho:

Responde correctamente (*BD* ou *AE* ou *CG*)..... 5

Dá outra resposta..... 0

5.2. 6

A classificação deve ser atribuída de acordo com as seguintes etapas:

Escrever a equação $\frac{1}{3}a^3 = 9$ (ou equivalente)..... 3

$\frac{1}{3}a^3 = 9 \Leftrightarrow a^3 = 27$ 1

$a^3 = 27 \Leftrightarrow a = 3$ 1

Responder correctamente, indicando a unidade (3 cm ou equivalente)..... 1

5.3. 6

Responde correctamente (Gráfico **D**)..... 6

Dá outra resposta..... 0

6.1. 6

Podem ser utilizados vários processos para responder a este item, como por exemplo:

1.º Processo

A classificação deve ser atribuída de acordo com as seguintes etapas:

$680 - 663 = 17$ 1

$\frac{17}{680} = 0,025$ 4

Responder correctamente (2,5%)..... 1

2.º Processo

A classificação deve ser atribuída de acordo com as seguintes etapas:

$680 - 663 = 17$	1
$\frac{17}{680} = \frac{x}{100}$	4
Responder correctamente (2,5%).....	1

3.º Processo

A classificação deve ser atribuída de acordo com as seguintes etapas:

$\frac{663}{680} = 0,975$	3
$1 - 0,975 = 0,025$	2
Responder correctamente (2,5%).....	1

6.2. 6

Podem ser utilizados vários processos para responder a este item, como por exemplo:

1.º Processo

A classificação deve ser atribuída de acordo com as seguintes etapas:

Equacionar o problema ($680 = \frac{680+663+682+x}{4}$ ou equivalente).....	4
Resolver a equação ($x = 695$).....	2

2.º Processo

A classificação deve ser atribuída de acordo com as seguintes etapas:

$680 \times 4 = 2720$	3
$2720 - 680 - 663 - 682 = 695$	3

3.º Processo

A classificação deve ser atribuída de acordo com as seguintes etapas:

$680 - 663 = 17$	1
$682 - 680 = 2$	1
$17 - 2 = 15$	2
$680 + 15 = 695$	2

7. 5

A classificação deve ser atribuída de acordo com os seguintes níveis de desempenho:

Responde « $\frac{2}{5}$ e $\frac{6}{5}$ » e justifica completamente a sua resposta, escrevendo uma razão válida para cada um dos valores apresentados..... 5

Exemplo 1:

Os valores são $\frac{2}{5}$ e $\frac{6}{5}$, porque $\frac{2}{5}$ é menor do que 0,5 e $\frac{6}{5}$ é maior do que 1.

Responde « $\frac{3}{5}$ » e justifica a sua resposta, referindo que a probabilidade do acontecimento em causa está compreendida entre 0,5 e 1..... 4

Responde « $\frac{2}{5}$ e $\frac{6}{5}$ » e justifica parcialmente a sua resposta, escrevendo uma razão válida para um dos valores apresentados 3

Exemplo 1:

Os valores são $\frac{2}{5}$ e $\frac{6}{5}$, porque $\frac{2}{5}$ é menor do que $\frac{3}{5}$ e $\frac{6}{5}$ é maior do que 1.

Responde « $\frac{2}{5}$ e $\frac{3}{5}$ » ou « $\frac{3}{5}$ e $\frac{6}{5}$ » ou « $\frac{2}{5}$ » ou « $\frac{6}{5}$ » e escreve uma razão válida para o valor correctamente apresentado 2

Exemplo 1:

Os valores são $\frac{2}{5}$ e $\frac{3}{5}$, porque são menores do que 1.

Responde « $\frac{2}{5}$ e $\frac{6}{5}$ » mas não justifica, ou justifica incorrectamente, a sua resposta 1

Exemplo 1:

Os valores são $\frac{2}{5}$ e $\frac{6}{5}$, porque $\frac{2}{5}$ é menor do que $\frac{3}{5}$.

Dá outra resposta..... 0

8. 5

Responde correctamente (] - ∞, + ∞[)..... 5

Dá outra resposta..... 0

9. 8

A classificação deve ser atribuída de acordo com as seguintes etapas:

Desenvolver correctamente o quadrado do binómio..... 3

Obter uma equação equivalente à dada, na forma $ax^2 + bx + c = 0$ 1

Substituir correctamente, na fórmula resolvente, a , b e c pelos respectivos valores (**ver nota 1**)..... 2

Obter as duas soluções da equação (- 1 e 2) (**ver nota 2**)..... 2

Notas:

1. Se o examinando não identificar correctamente os três coeficientes, a , b e c , a esta etapa devem ser atribuídos zero pontos.
2. Se o examinando obtiver apenas uma das duas soluções da equação, esta etapa deve ser desvalorizada em 1 ponto.

10. 7

Podem ser utilizados vários processos para responder a este item, como por exemplo:

1.º Processo

A classificação deve ser atribuída de acordo com os seguintes níveis de desempenho:

Elabora uma estratégia completa e adequada à resolução do problema e determina correctamente as dimensões do ecrã (56 cm e 42 cm ou equivalente) (**ver notas 1, 2 e 3**)..... 7

Exemplo 1:

$$d^2 = 3^2 + 4^2$$

$$d = \pm \sqrt{25}$$

$$d = 5$$

$$\frac{70}{x} = \frac{5}{4} \Leftrightarrow x = 56$$

$$\frac{70}{y} = \frac{5}{3} \Leftrightarrow y = 42$$

As dimensões do ecrã são 56 cm e 42 cm.

Exemplo 2:

$$d^2 = 3^2 + 4^2$$

$$d = \pm \sqrt{25}$$

$$d = 5$$

$$\frac{70}{5} = 14$$

$$4 \times 14 = 56$$

$$3 \times 14 = 42$$

As dimensões do ecrã são 56 cm e 42 cm.

Elabora uma estratégia completa e adequada à resolução do problema, **mas** determina incorrectamente o comprimento da diagonal do rectângulo (**ver notas 1, 2 e 3**)..... 5

Exemplo 1:

$$d^2 = 3^2 + 4^2$$

$$d^2 = 6 + 8$$

$$d = 7$$

$$\frac{70}{x} = \frac{7}{4} \Leftrightarrow x = 40$$

$$\frac{70}{y} = \frac{7}{3} \Leftrightarrow y = 30$$

Exemplo 2:

$$d^2 = 3^2 + 4^2$$

$$d = \pm \sqrt{25}$$

$$d = 12,5$$

$$\frac{70}{12,5} = 5,6$$

$$5,6 \times 4 = 22,4$$

$$5,6 \times 3 = 16,8$$

Determina correctamente o comprimento da diagonal do rectângulo e estabelece correctamente uma proporção que permite calcular uma das dimensões pedidas (**ver notas 1 e 2**).

OU

Determina correctamente o comprimento da diagonal do rectângulo e a razão de semelhança (**ver notas 1 e 2**)..... 3

Exemplo 1:

$$d^2 = 3^2 + 4^2$$

$$d = \pm \sqrt{25}$$

$$d = 5$$

$$\frac{70}{x} = \frac{5}{4}$$

Exemplo 2:

$$d^2 = 3^2 + 4^2$$

$$d = 5$$

$$r = \frac{70}{5} = 14$$

$$3 + 14 = 17$$

Apresenta uma resolução em que apenas determina correctamente o comprimento da diagonal do rectângulo (**ver nota 1**).

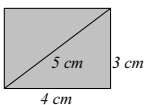
OU

Apresenta uma resolução em que apenas estabelece correctamente uma proporção que permite calcular uma das dimensões pedidas.

OU

Responde correctamente, **mas não** mostra como obteve a resposta..... 1

Exemplo 1:



Dá outra resposta 0

Notas:

1. Não se exige que o examinando apresente a solução negativa da equação do 2.º grau, tendo em conta o universo das soluções possíveis para o problema.
2. Se o examinando, ao resolver o problema, obtiver (um ou mais) valores não reais, reais não positivos ou, para as dimensões do ecrã, valores superiores a 70 cm, a sua resposta deve ser desvalorizada em 2 pontos.
3. Caso o examinando determine correctamente apenas uma das dimensões pedidas, a sua resposta deve ser desvalorizada em 1 ponto.

2.º Processo

A classificação deve ser atribuída de acordo com as seguintes etapas:

Equacionar o problema.....	4
Resolver a equação (ver nota).....	2
Responder ao problema (56 cm e 42 cm ou equivalente).....	1

Nota:

Não se exige que o examinando apresente a solução negativa da equação do 2.º grau, tendo em conta o universo das soluções possíveis para o problema.

11. 5

A classificação deve ser atribuída de acordo com os seguintes níveis de desempenho:

Responde correctamente (3^{-2}).....	5
Dá outra resposta.....	0

12.1. 5

A classificação deve ser atribuída de acordo com os seguintes níveis de desempenho:

Responde correctamente (60 ou 60°).....	5
Dá outra resposta.....	0

12.2. 5

Podem ser utilizados vários processos para responder a este item, como por exemplo:

1.º Processo

A classificação deve ser atribuída de acordo com as seguintes etapas:

Estabelecer a igualdade $\text{sen } 30^\circ = \frac{\overline{ED}}{5}$ (ou equivalente).....	3
Determinar \overline{ED}	2

2.º Processo

A classificação deve ser atribuída de acordo com as seguintes etapas:

- Estabelecer a igualdade $\cos 30^\circ = \frac{\overline{AE}}{5}$ (ou equivalente)..... 1
- Determinar o valor de \overline{AE} 1
- Estabelecer a igualdade $5^2 = \overline{ED}^2 + \overline{AE}^2$ (ou equivalente)..... 2
- Determinar \overline{ED} 1

12.3. 7

Podem ser utilizados vários processos para responder a este item, como por exemplo:

1.º Processo

A classificação deve ser atribuída de acordo com as seguintes etapas:

- Referir que BD é um eixo de simetria da circunferência..... 2
- Justificar que $\widehat{AED} = 90^\circ$ 1
- Referir que a imagem do ponto A é o ponto C e que os pontos E e D são imagens de si próprios..... 3
- Concluir a igualdade dos dois triângulos (Uma simetria em relação a uma recta transforma uma figura noutra geometricamente igual.)..... 1

2.º Processo

A classificação deve ser atribuída de acordo com as seguintes etapas:

- Justificar que $\overline{AE} = \overline{EC}$ 3
- Referir que $[DE]$ é um lado comum aos dois triângulos..... 1
- Justificar que $\widehat{AED} = \widehat{DEC}$ 1
- Concluir a igualdade dos dois triângulos (Os triângulos têm dois lados iguais e o ângulo por eles formado também é igual.) (ver nota)..... 2

3.º Processo

A classificação deve ser atribuída de acordo com as seguintes etapas:

- Referir que $[DE]$ é um lado comum aos dois triângulos..... 1
- Justificar que $\widehat{AED} = \widehat{DEC}$ 1
- Justificar que $\widehat{ADE} = \widehat{CED}$ 3
- Concluir a igualdade dos dois triângulos (Os triângulos têm um lado igual e os ângulos adjacentes a esse lado também são iguais.) (**ver nota**)..... 2

Nota:

Só devem ser atribuídos 2 pontos a esta etapa se houver evidência de que o examinando reconhece quais são as igualdades que permitem concluir que os triângulos são geometricamente iguais.