

EXAME NACIONAL DO ENSINO SECUNDÁRIO
11.º Ano de Escolaridade (Decreto-Lei n.º 74/2004, de 26 de Março)

**Curso Científico-Humanístico
de Artes Visuais**

Duração da prova: 150 minutos
2006

1.ª FASE

PROVA ESCRITA DE MATEMÁTICA - B

COTAÇÕES

| | | |
|--------------------|-------|-------------------|
| 1. | | |
| 1.1. | | 10 pontos |
| 1.2. | | 20 pontos |
| 2. | | |
| 2.1. | | 10 pontos |
| 2.2. | | 10 pontos |
| 2.3. | | 10 pontos |
| 3. | | |
| 3.1. | | 15 pontos |
| 3.2. | | 15 pontos |
| 4. | | |
| 4.1. | | |
| 4.1.1. | | 15 pontos |
| 4.1.2. | | 15 pontos |
| 4.2. | | 15 pontos |
| 5. | | |
| 5.1. | | 10 pontos |
| 5.2. | | 10 pontos |
| 5.3. | | 15 pontos |
| 6. | | 30 pontos |
| TOTAL | | 200 pontos |

CRITÉRIOS DE CLASSIFICAÇÃO

Critérios gerais

1. Se o examinando se enganar na identificação do item a que está a responder, ou se a omitir, mas, pela resolução apresentada, for possível identificá-lo inequivocamente, a resposta deve ser vista e classificada.
2. Se o examinando apresentar mais do que uma resposta a um item, e não indicar, de forma inequívoca, a que pretende que seja classificada, deve ser vista e classificada apenas a que se encontra em primeiro lugar, na folha de resposta.
3. A cotação a atribuir a cada item deverá ser sempre um número inteiro, não negativo, de pontos.
4. Num item em que a respectiva resolução exija cálculos e/ou justificações, a cotação a atribuir deve estar de acordo com o seguinte critério:
 - Se o examinando se limitar a apresentar o resultado final, a cotação deve ser de 0 (zero) pontos.
 - Se o examinando não se limitar a apresentar o resultado final, a cotação deve ser a soma algébrica das cotações atribuídas a cada etapa, de acordo com o disposto nos pontos 6, 7, 8, 9 e 10 destes critérios gerais, e das penalizações previstas nos pontos 11 e 12 destes critérios gerais. Se a soma for negativa, a cotação a atribuir é de 0 (zero) pontos.
5. Alguns itens da prova podem ser correctamente resolvidos por mais do que um processo. Sempre que o examinando utilizar um processo de resolução não contemplado nos critérios específicos, caberá ao professor classificador adoptar um critério de distribuição da cotação que julgue adequado e utilizá-lo em situações idênticas. Salienta-se que deve ser aceite qualquer processo cientificamente correcto, mesmo que envolva conhecimentos não contemplados no programa da disciplina.
6. A cotação de cada item está subdividida pelas etapas que o examinando deve percorrer para o resolver.
 - 6.1. Em cada etapa, a cotação indicada é a máxima a atribuir.
 - 6.2. O classificador não pode subdividir, em cotações parcelares, a cotação atribuída a cada etapa.

Caso uma etapa envolva um único passo, testando apenas o conhecimento de um só conceito ou propriedade, e a sua resolução não esteja completamente correcta, deve ser atribuída a cotação de 0 (zero) pontos.

Caso uma etapa envolva mais do que um passo (por exemplo, a resolução de uma equação, a obtenção de uma expressão em função de uma variável, etc.) e a sua resolução esteja incompleta, ou contenha incorrecções, a cotação a atribuir deve estar de acordo com o grau de incompletude e/ou a gravidade dos erros cometidos. Por exemplo:

 - erros de contas ocasionais devem ser penalizados em um ponto;
 - erros que revelem desconhecimento de conceitos, regras ou propriedades devem ser penalizados em, pelo menos, metade da cotação da etapa;
 - transposições erradas de dados do enunciado devem ser penalizadas em um ponto, desde que o grau de dificuldade da etapa não diminua;
 - transposições erradas de dados do enunciado devem ser penalizadas em, pelo menos, metade da cotação da etapa, caso o grau de dificuldade da etapa diminua.

- 6.3. Nas etapas cuja cotação se encontra discriminada por níveis de desempenho, o classificador deve enquadrar a resposta do examinando numa das descrições apresentadas. O classificador não pode atribuir uma cotação diferente das indicadas.
- 6.4. No caso de o examinando cometer um erro numa das etapas, as etapas subsequentes devem merecer a respectiva cotação, desde que o grau de dificuldade não tenha diminuído, e o examinando as execute correctamente, de acordo com o erro que cometeu.
- 6.5. Caso o examinando cometa, numa etapa, um erro que diminua o grau de dificuldade das etapas subsequentes, cabe ao classificador decidir a cotação máxima a atribuir a cada uma destas etapas. Em particular, se, devido a um erro cometido pelo examinando, o grau de dificuldade das etapas seguintes diminuir significativamente, a cotação máxima a atribuir a cada uma delas não deverá exceder metade da cotação indicada.
- 6.6. Pode acontecer que o examinando, ao resolver um item, não percorra explicitamente todas as etapas previstas nos critérios específicos. Todas as etapas não percorridas explicitamente pelo examinando, mas cuja utilização e/ou conhecimento estejam inequivocamente implícitos na resolução do item, devem receber a cotação indicada.
7. Existem, por vezes, etapas em que está previsto o recurso à calculadora. Nessas etapas, os critérios específicos subdividem-se em: «Explicação do método utilizado» e «Apresentação do(s) valor(es)».

7.1. Explicação do método utilizado:

De acordo com as instruções gerais para a realização da prova, o examinando deve apresentar todos os elementos recolhidos na utilização da calculadora. Esta apresentação deve ser cotada de acordo com o critério que se segue, no qual, para cada nível de desempenho, é indicada uma percentagem. Esta percentagem deve ser aplicada sobre a cotação prevista para a explicação do método utilizado, e o valor obtido deve ser arredondado às unidades (por excesso, se a mantissa do número a arredondar for 0,5 ou superior).

Apresentação correcta e completa de todos os elementos relevantes..... 100%

Apresentação correcta, mas com ausência de alguns elementos relevantes

ou

Apresentação completa, mas com algumas incorrecções (por exemplo, não respeitar o domínio de uma função) 60%

Apresentação incompleta e com algumas incorrecções 20%

Ausência de explicação ou simples referências do tipo «Vi na calculadora»..... 0%

7.2. Apresentação do(s) valor(es):

Para cada valor que o examinando deve apresentar, os critérios específicos podem indicar um intervalo admissível. O valor apresentado pelo examinando pode pertencer, ou não, a esse intervalo.

- Se o valor pertencer ao intervalo, deve ser atribuída a cotação máxima prevista para essa apresentação, a menos de qualquer penalização prevista nos critérios específicos, por desrespeito relativo ao número de casas decimais com que o resultado deve ser apresentado.
- Se o valor não pertencer ao intervalo, deve ser atribuída a cotação de 0 (zero) pontos.

8. Quando, num item, é pedida uma forma específica de apresentação do resultado final (por exemplo, «em minutos», «em percentagem», etc.), este deve ser apresentado na forma pedida. Se o resultado final apresentado pelo examinando não respeitar a forma pedida no enunciado (por exemplo, se o enunciado pedir o resultado em minutos, e o examinando o apresentar em horas), devem ser atribuídos 0 (zero) pontos à etapa correspondente ao resultado final. No entanto, o examinando não deve ser penalizado se não indicar a unidade em que é pedido o resultado (por exemplo, se o resultado final for 12 minutos, ou 12 metros, e o examinando escrever simplesmente 12, não deve ser penalizado).
9. O examinando deve respeitar sempre a instrução relativa à apresentação de todos os cálculos e de todas as justificações. Se, numa etapa, o examinando não respeitar esta instrução, apresentando algo (valor, quadro, tabela, gráfico, etc.) que não resulte de trabalho anterior, deve ser atribuída a cotação de 0 (zero) pontos a essa etapa. Todas as etapas subsequentes que dela dependam devem ser igualmente cotadas com 0 (zero) pontos.
10. O examinando deve respeitar sempre qualquer instrução relativa ao método a utilizar na resolução de um item (por exemplo, «equacione o problema», «resolva graficamente», etc.). Na resolução apresentada pelo examinando, deve ser inequívoco, pela apresentação de todos os cálculos e de todas as justificações, o cumprimento da instrução. Se tal não acontecer, considera-se que o examinando não respeitou a instrução. A etapa em que se dá o desrespeito e todas as subsequentes que dela dependam devem ser cotadas com 0 (zero) pontos.
11. Se, na resolução de um item, o examinando utilizar simbologia, ou escrever uma expressão, inequivocamente incorrecta do ponto de vista formal (por exemplo, se escrever o símbolo de igualdade onde deveria estar o símbolo de equivalência), deve ser penalizado em um ponto, na cotação total a atribuir a esse item. Esta penalização não se aplica no caso em que tais incorrecções ocorram apenas em etapas cotadas com 0 (zero) pontos, nem a eventuais utilizações do símbolo de igualdade, onde, em rigor, deveria estar o símbolo de igualdade aproximada.
12. Existem itens em cujo enunciado é dada uma instrução relativa ao número mínimo de casas decimais que o examinando deve conservar, sempre que, em cálculos intermédios, proceder a arredondamentos. Indicam-se, a seguir, as penalizações a aplicar, na cotação total a atribuir ao item, em caso de desrespeito dessa instrução e/ou de arredondamentos mal efectuados.

Todos os valores intermédios estão de acordo com a instrução, mas existe, pelo menos, um valor intermédio mal arredondado..... -1 ponto

Todos os valores intermédios estão bem arredondados, mas existe, pelo menos, um que não está de acordo com a instrução..... -1 ponto

Existe, pelo menos, um valor intermédio mal arredondado e existe, pelo menos, um que não está de acordo com a instrução -2 pontos

Critérios específicos

1.1. 10

Averiguar da viabilidade de execução da proposta da Isabel5

Número de margaridas necessárias ($7 \times 16 + 7 \times 8 = 168$) 1

Número de rosas necessárias ($7 \times 4 + 7 \times 8 = 84$) 1

Número de violetas necessárias ($7 \times 8 + 7 \times 8 = 112$) 1

Concluir que a proposta é viável2

Averiguar da viabilidade de execução da proposta do Dinis 5

Número de margaridas necessárias ($10 \times 16 + 5 \times 8 = 200$)

ou

Número de violetas necessárias ($10 \times 8 + 5 \times 8 = 120$) 3

Concluir que a proposta não é viável2

1.2. 20

Indicar a função objectivo, $L = 3x + 2y$, onde x designa o número de arranjos do tipo A e y designa o número de arranjos do tipo B 2

Indicar as restrições 8

$x \geq 0$ 1

$y \geq 0$ 1

$16x + 8y \leq 192$ 2

$4x + 8y \leq 88$ 2

$8x + 8y \leq 112$ 2

Apresentar o gráfico da região admissível5

Indicar os valores de x e y para os quais é máxima a função objectivo ($x = 10$ e $y = 4$)..... 5

2.1. 10

Equacionar o problema $\left(\frac{10 + 52}{2} \times n = 465 \right)$ 7

Resolver a equação ou verificar que 15 é solução3

2.2. 10

Equacionar o problema ($52 = 10 + 14k$) 7

Resolver a equação, concluindo que $k = 3$ 3

2.3. 10

Concluir que há 2×15 lugares com má visibilidade 2

Determinar a probabilidade pedida 8

Concluir que o número de casos favoráveis é $465 - 2 \times 15$ 5

Concluir que a probabilidade pedida é $\frac{29}{31}$ (ver nota) 3

ou

Concluir que a probabilidade de lhe calhar um lugar com má visibilidade é $\frac{30}{465}$ 3

Concluir que a probabilidade pedida é dada por $1 - \frac{30}{465}$ 3

Concluir que a probabilidade pedida é $\frac{29}{31}$ (ver nota) 2

Nota:

Se o examinando não apresentar o resultado na forma de fracção irredutível, a cotação a atribuir à sua resposta deve ser desvalorizada em 1 ponto.

3.1. 15

- Área da mancha ao fim de cinco segundos (16π)3
- Equacionar o problema $\left(\frac{100}{1+4e^{5k}} = 16\pi\right)$ 4
- Resolver a equação (**ver nota**)..... 8

Nota:

O examinando pode resolver a equação analiticamente ou graficamente.

Se o examinando resolver a equação graficamente, com recurso à calculadora, a cotação desta etapa deve ser repartida da seguinte forma:

- Explicação do método utilizado (ver critério geral 7.1.)6
- $k \approx -0,28$ 2
- O intervalo admissível para o valor de k é $[-0,29; -0,27]$
(ver critério geral 7.2.)

Se o examinando resolver a equação analiticamente, a cotação desta etapa deve ser repartida da seguinte forma:

- $\frac{100}{1+4e^{5k}} = 16\pi \Leftrightarrow e^{5k} = \frac{1}{4} \left(\frac{100}{16\pi} - 1\right)$ 3
- $k \approx -0,28$ 5

3.2. 15

- Referir que a taxa de variação média da função A no intervalo $[0,4]$ é dada por $\frac{A(4) - A(0)}{4 - 0}$ 5

$\frac{A(4) - A(0)}{4 - 0} \approx 5$ (**ver nota**)4

- Interpretar o valor obtido6
(«Nos primeiros quatro segundos, a área de tecido ocupada pela mancha aumenta, em média, 5 cm^2 por segundo.» ou, de uma forma mais informal, «Nos primeiros quatro segundos, a mancha aumenta, em média, 5 cm^2 por segundo.»)

Nota:

Se o examinando não apresentar o resultado arredondado às unidades, a cotação a atribuir à sua resposta deve ser desvalorizada em 2 pontos.

4.1.1. 15

$-1 \leq \cos(cx) \leq 1$ 5
 $-b \leq b \cos(cx) \leq b$ 5
 $a - b \leq a + b \cos(cx) \leq a + b$ 5

4.1.2. 15

Estabelecer a equivalência: $\frac{2\pi}{c}$ é período da função \Leftrightarrow

$\Leftrightarrow a + b \cos\left[c\left(x + \frac{2\pi}{c}\right)\right] = a + b \cos(cx)$ 5

$a + b \cos\left[c\left(x + \frac{2\pi}{c}\right)\right] = a + b \cos(cx + 2\pi)$ 4

$a + b \cos(cx + 2\pi) = a + b \cos(cx)$ 6

4.2. 15

Determinar a e b 8

$a - b = -0,71$ e $a + b = 0,87$ 4

$a = 0,08$ 2

$b = 0,79$ 2

Determinar c 7

$\frac{2\pi}{c} = 0,002$ 4

$c \approx 3142$ 3

5.1. 10

- Concluir que o número de casos favoráveis é 13 5004
- Concluir que o número de casos possíveis é 28 500 4
- Determinar a probabilidade pedida $\left(\frac{9}{19}\right)$ (**ver nota**).....2

Nota: Se o examinando não apresentar o resultado na forma de fracção irreduzível, a cotação a atribuir à sua resposta deve ser desvalorizada em 1 ponto.

5.2. 10

- Indicar o coeficiente de correlação $(-0,97)$ 2
- Reproduzir as listas introduzidas na calculadora (2+2) 4
- Interpretar o valor obtido 4
 - Interpretação relativa ao sinal 2
 - Interpretação relativa ao valor absoluto 2

5.3. 15

- $q = 1000 n p$ (**ver nota**) 7
- Substituir n por $-0,03 p + 10$ 4
- Apresentar a expressão na forma de um polinómio reduzido 4

Nota:

Caso o examinando considere $q = n p$, a cotação a atribuir a esta etapa deverá ser de 4 pontos.

6. 30

- Determinar a amplitude, em radianos, do ângulo α $(1,0949)$ 5
- Determinar o perímetro da base do cone $(39,4164)$ 7
- Determinar o raio da base do cone $(6,2733)$ 5
- Determinar a altura do cone $(16,8714)$ 6
- Determinar o volume do cone $(695,3)$ 5
- Responder à questão colocada 2