

## Prova Escrita de Matemática B

10.º/11.º anos ou 11.º/12.º anos de Escolaridade

Prova 735/1.ª Fase

9 Páginas

Duração da Prova: 150 minutos. Tolerância: 30 minutos

**2008**

### COTAÇÕES

1. ....	<b>30 pontos</b>
1.1. ....	10 pontos
1.2. ....	20 pontos
2. ....	<b>60 pontos</b>
2.1. ....	20 pontos
2.2. ....	20 pontos
2.3. ....	20 pontos
3. ....	<b>40 pontos</b>
3.1. ....	20 pontos
3.2. ....	20 pontos
4. ....	<b>20 pontos</b>
5. ....	<b>20 pontos</b>
6. ....	<b>30 pontos</b>
6.1. ....	10 pontos
6.2. ....	20 pontos
<hr/>	
<b>TOTAL</b> .....	<b>200 pontos</b>

## CRITÉRIOS GERAIS DE CLASSIFICAÇÃO DA PROVA

As classificações a atribuir às respostas são expressas em números inteiros não negativos.

Os critérios de classificação dos itens apresentam-se organizados por etapas e/ou por níveis de desempenho. A cada nível de desempenho e a cada etapa corresponde uma dada pontuação.

Os critérios de classificação dos itens de resposta aberta extensa orientada apresentam-se organizados por níveis de desempenho. Nesses itens, desde que os mesmos tenham cotação igual ou superior a quinze pontos e impliquem a produção de um texto, a classificação a atribuir traduz a avaliação simultânea das competências específicas da disciplina e das competências de comunicação escrita em língua portuguesa.

A avaliação das competências de comunicação escrita em língua portuguesa pode contribuir para valorizar a classificação atribuída ao desempenho do aluno, ao nível das competências específicas da disciplina. Esta valorização pode atingir cerca de 10% da cotação do item e faz-se de acordo com os níveis de desempenho a seguir descritos.

Nível	Descritor
3	Composição bem estruturada, sem erros de sintaxe, de pontuação e/ou de ortografia, ou com erros esporádicos cuja gravidade não implique a perda de inteligibilidade e/ou de rigor de sentido.
2	Composição razoavelmente estruturada, com alguns erros de sintaxe, de pontuação e/ou de ortografia cuja gravidade não implique a perda de inteligibilidade e/ou de sentido.
1	Composição sem estruturação aparente, com a presença de erros graves de sintaxe, de pontuação e/ou de ortografia cuja gravidade implique a perda frequente de inteligibilidade e/ou de sentido.

No quadro seguinte, apresentam-se critérios de classificação a aplicar às respostas aos itens em situações não consideradas anteriormente.

Situação	Classificação
1. Engano na identificação do item a que o examinando está a responder.	Deve ser vista e classificada a resposta se, pela resolução apresentada, for possível identificar inequivocamente o item.
2. Omissão da identificação do item a que o examinando está a responder.	
3. É apresentada mais do que uma resposta ao mesmo item, sem o examinando indicar, de forma inequívoca, aquela que pretende que seja classificada.	Deve ser vista e classificada apenas a resposta que surge em primeiro lugar, na folha de respostas.
4. É apresentado apenas o resultado final, embora a resolução do item exija cálculos e/ou justificações.	Deve ser atribuída a classificação de zero pontos.
5. Ilegibilidade da resposta.	Deve ser atribuída a classificação de zero pontos.
6. Item com etapas.	A cotação indicada em cada etapa é a classificação máxima atribuível à resposta.  A classificação da resposta ao item resulta da soma das classificações das diferentes etapas, à qual, eventualmente, se subtraem um ou dois pontos, de acordo com o previsto nas situações 15 e 19.
7. Etapa com passos.	A cotação indicada em cada passo é a classificação máxima atribuível à resposta.  A classificação na etapa resulta da soma das classificações dos diferentes passos.
8. Item ou etapa cuja cotação se encontra discriminada por níveis de desempenho.	O classificador deve enquadrar a resposta do examinando numa das descrições apresentadas, não podendo atribuir uma classificação diferente das cotações indicadas.
9. Utilização de processos de resolução do item não previstos nos critérios específicos.	Deve ser aceite qualquer processo de resolução cientificamente correcto, ainda que não esteja previsto nos critérios específicos de classificação ou no programa.  O critério específico deve ser adaptado ao processo de resolução apresentado, mediante distribuição da cotação do item pelas etapas percorridas pelo examinando. Esta adaptação do critério deve ser utilizada em todos os processos de resolução análogos.
10. Não são apresentadas, explicitamente, todas as etapas, mas a resolução apresentada permite perceber, inequivocamente, que elas foram percorridas.	A(s) etapa(s) implícita(s) é(são) classificada(s) com a cotação total para ela(s) prevista.
11. Transposição incorrecta do enunciado.	Se o grau de dificuldade de resolução da etapa não diminuir, deve subtrair-se um ponto à classificação da etapa.  Se o grau de dificuldade de resolução da etapa diminuir, a classificação máxima a atribuir nessa etapa não deve ser superior a 50% da cotação prevista.
12. Erro ocasional num cálculo.	Deve subtrair-se um ponto à classificação na etapa em que ocorre o erro.
13. Erro que revela desconhecimento de conceitos, de regras ou de propriedades.	A classificação máxima a atribuir a essa etapa não deve ser superior a 50% da cotação prevista para a mesma.

Situação	Classificação
14. Erro na resolução de uma etapa.	<p>A resolução dessa etapa deve ser classificada de acordo com o erro cometido.</p> <p>Se o erro não diminuir o grau de dificuldade de resolução das etapas subsequentes, estas devem ser classificadas de acordo com os critérios de classificação.</p> <p>Se o erro diminuir o grau de dificuldade de resolução das etapas subsequentes, a classificação máxima a atribuir a essas etapas não deve ser superior a 50% da cotação prevista.</p>
15. Em cálculos intermédios, é pedida uma aproximação a um número de casas decimais. O examinando não respeita o pedido, e/ou os arredondamentos estão incorrectos.	Deve subtrair-se um ponto à classificação total da resposta.
16. A apresentação do resultado final não respeita a forma solicitada. [Exemplo: é pedido o resultado em centímetros e o examinando apresenta-o em metros.]	Subtrair um ponto à classificação da resposta na etapa correspondente ao resultado final.
17. Na apresentação do resultado final, não está expressa a unidade de medida. [Exemplo: «15» em vez de «15 metros».]	Na etapa relativa ao resultado final, a resposta é classificada tal como se a unidade de medida estivesse indicada.
18. O resultado final apresenta um número de casas decimais diferente do solicitado e/ou está incorrectamente arredondado.	Deve subtrair-se um ponto à classificação da resposta na etapa correspondente ao resultado final.
19. Utilização de simbologias ou de expressões inequivocamente incorrectas, do ponto de vista formal.	<p>Deve subtrair-se um ponto à classificação total da resposta, excepto:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- se as incorrecções ocorrerem nas etapas já classificadas com zero pontos;</li> <li>- no caso de uso do símbolo de igualdade onde, em rigor, deveria ter sido usado o símbolo de igualdade aproximada.</li> </ul>

## CRITÉRIOS ESPECÍFICOS DE CLASSIFICAÇÃO

### 1.1. .... 10 pontos

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos:

#### 1.º processo

Determinar o lado do quadrado $[EFGH]$ .... (5 m) .....	4
Determinar a área do quadrado $[EFGH]$ .... (25 m <sup>2</sup> ) .....	1
Determinar a área do quadrado necessário para plantar cada roseira .... (0,04 m <sup>2</sup> ) ....	2
Determinar a área dos 700 quadrados (28 m <sup>2</sup> ).....	2
Conclusão .... (impossibilidade) .....	1

#### 2.º processo

Determinar da área do quadrado $[EFGH]$ .... (5 m) .....	4
Determinar a área do quadrado $[EFGH]$ .... (25 m <sup>2</sup> ) .....	1
Determinar a área do quadrado necessário para plantar cada roseira .... (0,04 m <sup>2</sup> ) ....	2
Determinar o quociente .... $\frac{25}{0,04}$ .... (625) .....	2
Conclusão .... (impossibilidade) .....	1

### 1.2. .... 20 pontos

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos:

#### 1.º processo

Determinar uma expressão que dá a área do quadrado $[EFGH]$ .... $(x^2 + (7 - x)^2)$ ....	5
Simplificar a expressão anterior .... $(2x^2 - 14x + 49)$ .....	4
Determinar a expressão que dá a área da região relvada $(49 - (2x^2 - 14x + 49))$ ou $14x - 2x^2$ .....	5
Calcular $a(0)$ .....	2
Interpretar o valor obtido .....	4

(«Quando x é zero, todo o canteiro passa a ser destinado a plantar roseiras, pelo que deixa de existir zona destinada a ser relvada».)

#### 2.º processo

Determinar uma expressão que dá a área de cada triângulo rectângulo .. $\left(\frac{x(7-x)}{2}\right)$ ....	7
Determinar a expressão que dá a área da região relvada $\left(4 \times \frac{x(7-x)}{2} = 14x - 2x^2\right)$	7
Calcular $a(0)$ .....	2
Interpretar o valor obtido .....	4

<b>2.1.</b> .....	<b>20 pontos</b>
Escrever a expressão que dá a taxa de variação média no intervalo $[3, 4]$ .....	8
Calcular $a(3)$ .....	5
Calcular $a(4)$ .....	5
Calcular a taxa de variação média .....	2
<b>2.2.</b> .....	<b>20 pontos</b>
Este item pode ser resolvido por, pelo menos, três processos:	
<u>1.º processo</u>	
Calcular $a(x_0)$ para algum $x_0 \in ]3, 4[$ .....	10
Referir que a função não é constante em $[3, 4]$ .....	8
Referir que a conclusão não pode ser retirada .....	2
<u>2.º processo</u>	
Esboçar o gráfico da função $a$ .....	10
Referir que a função não é constante em $[3, 4]$ .....	8
Referir que a conclusão não pode ser retirada .....	2
<u>3.º processo</u>	
Exibir um contra-exemplo: função real de variável real, definida pelo examinando, com taxa de variação média nula num intervalo do seu domínio, e não constante .....	20
<b>2.3.</b> .....	<b>20 pontos</b>
Este item pode ser resolvido por, pelo menos, três processos:	
<u>1.º processo</u>	
Recorrendo à calculadora gráfica:	
Apresentar o gráfico de $a$ ( <b>ver nota 1</b> ) .....	15
Indicar o maximizante da função ( <b>ver nota 2</b> ) .....	5
<b>Notas:</b>	
1. Caso o gráfico apresentado não respeite o domínio da função $a$ , a classificação nesta etapa deverá ser, no máximo, dez pontos.	
2. Não deve ser desvalorizada uma resposta que difira, no máximo, numa décima de 3,5. Qualquer outra resposta deve ser classificada com zero pontos.	
<u>2.º processo</u>	
Determinar a taxa de variação da função .....	10
Determinar maximizante .....	10

3.º processo

Referir que o gráfico de $a$ é uma parábola com a concavidade voltada para baixo .....	5
Concluir que o vértice da parábola tem abcissa 3,5 .....	10
Concluir que 3,5 é o maximizante da função .....	5

**3.1. .... 20 pontos**

Construir a tabela de distribuição de probabilidade ( <b>ver nota</b> ) .....	14
Estudar a comparação de probabilidades .....	6
Indicar a probabilidade de o número total de moedas “escondidas”	
ser menor do que dois .... $\left(\frac{3}{16}\right)$ .....	2
Indicar a probabilidade de o número total de moedas “escondidas”	
ser maior do que três .... $\left(\frac{6}{16}\right)$ .....	2
Concluir .....	2

**Nota:** Cada coluna é classificada com 2 pontos (1 ponto para cada linha).

No caso de o examinando construir uma tabela de dupla entrada para melhor calcular as probabilidades, esta tabela deve ser classificada com 7 pontos e cada coluna da tabela de distribuição deve ser classificada com 1 ponto.

**3.2. .... 20 pontos**

Calcular o valor de $a$ .... $(0,30)$ .....	10
Calculo de valor médio da variável aleatória .... $(2,15)$ .....	10

**4. .... 20 pontos**

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos:

1.º processo

Estabelecer a progressão geométrica  $(a_n)$  (cujos termos, para além do primeiro termo, correspondem ao valor previsto para a população mundial de 25 em 25 anos a partir de 1900):

Primeiro termo ( $a_1 = 1,65$ ) .....	2
Razão ( $r = 2$ ) .....	2
Termo geral ( $a_n = 1,65 \times 2^{n-1}$ ou equivalente) .....	8
Termo correspondente ao ano 2000 .....	8
$n = 5$ .....	4
$a_5 = 26,4$ .....	3
$a_5 \approx 26$ .....	1

**Nota:** Se o examinando não explicitar o termo geral, mas calcular o quinto termo correctamente, devem ser atribuídos os 8 pontos desta etapa.

2.º processo

Construir uma tabela com os resultados sucessivos ..... 19

ANO	POPULAÇÃO PREVISTA (em mil milhões)
1900	1,65
1925	3,3
1950	6,6
1975	13,2
2000	26,4

Concluir que a população prevista para 2000 era aproximadamente de 26 mil milhões .... 1

5. .... 20 pontos

Determinar uma expressão (ver nota) ..... 15

Valor previsto para 2010 .... (valor no intervalo [6,46; 6,49]) ..... 5

**Nota:** De acordo com o modelo de calculadora, a regressão exponencial pode ser expressa, por exemplo, por  $a \times e^{bt}$ , ou por  $a \times b^t$ .

Para a expressão  $a \times e^{bt}$ , obtemos  $a = 1,4471$  e  $b = 0,0136$ .

Para a expressão  $a \times b^t$ , obtemos  $a = 1,4471$  e  $b = 1,0137$ .

6.1. .... 10 pontos

Substituir  $q$  por  $90^\circ$  ..... 5

Calcular o período ..... 5

6.2. .... 20 pontos

Apresenta-se, a seguir, um exemplo de resposta:

«O valor do período na experiência de Foucault é aproximadamente de 32 horas, porque se tem  $T = \frac{24}{\text{sen } 49^\circ} \approx 32$ . O valor da latitude na experiência do João é de

$30^\circ$ , porque  $T = 48 \Leftrightarrow \frac{24}{\text{sen } q} = 48 \Leftrightarrow \text{sen } q = \frac{1}{2} \Leftrightarrow q = 30^\circ$ . Como o território de

Portugal Continental se situa entre  $36^\circ$  e  $42^\circ$  de latitude, resulta que o João não realizou a sua experiência nesse território.»

Tal como o exemplo ilustra, a composição deverá contemplar os seguintes tópicos:

- valor do período na experiência de Foucault;
- valor da latitude na experiência do João;
- impossibilidade de um período de 48 horas para o território de Portugal Continental.

Na tabela seguinte, indica-se como deve ser classificado este item, de acordo com os níveis de desempenho no domínio da comunicação escrita em língua portuguesa descritos nos critérios gerais e os níveis de desempenho no domínio específico da disciplina:

Descritores do nível de desempenho no domínio da comunicação escrita em língua portuguesa			Níveis		
			1	2	3
Níveis	3	A composição contempla, correctamente, os três tópicos.	18	19	20
	2	A composição contempla, correctamente, dois tópicos.	12	13	14
	1	A composição contempla, correctamente, um tópico.	6	7	8

**Notas:**

1. Apenas podem ser atribuídas classificações correspondentes a um dos valores constantes do quadro. Não há lugar a classificações intermédias. No caso de a resposta não atingir o nível 1 de desempenho no domínio específico da disciplina, a classificação a atribuir é zero pontos. Neste caso, não é classificado o desempenho no domínio da comunicação escrita em língua portuguesa.
2. O examinando pode apresentar o valor de  $\frac{24}{\text{sen } 49^\circ}$  arredondado ou não às unidades.
3. O examinando pode resolver a equação  $T = 48$ , graficamente.
4. O examinando pode calcular os valores do período para as latitudes de  $36^\circ$  e  $42^\circ$  para concluir a impossibilidade da realização da experiência do João em Portugal Continental.
5. Se o examinando se enganar no cálculo da latitude na experiência do João, deve-se considerar que a composição não contempla o segundo tópico. O tópico seguinte deve ser analisado de acordo com o erro cometido. Em particular, o erro poderá levar o examinando a concluir pela **possibilidade** da realização da experiência do João no território de Portugal Continental. No entanto, em caso algum se pode *concluir pela certeza* dessa realização. Se o examinando expressar tal conclusão, deve-se considerar que a composição não contempla o terceiro tópico.