

## Exame Final Nacional de Matemática B Prova 735 | 1.ª Fase | Ensino Secundário | 2021

11.º Ano de Escolaridade

Decreto-Lei n.º 55/2018, de 6 de julho

**Critérios de Classificação**

9 Páginas

---

### CRITÉRIOS GERAIS DE CLASSIFICAÇÃO

A classificação a atribuir a cada resposta resulta da aplicação dos critérios gerais e dos critérios específicos apresentados para cada item e é expressa por um número inteiro.

As respostas ilegíveis ou que não possam ser claramente identificadas são classificadas com zero pontos.

Em caso de omissão ou de engano na identificação de uma resposta, esta pode ser classificada se for possível identificar inequivocamente o item a que diz respeito.

Se for apresentada mais do que uma resposta ao mesmo item, só é classificada a resposta que surgir em primeiro lugar.

Os critérios de classificação apresentam-se organizados por níveis de desempenho ou por etapas. A cada nível de desempenho e a cada etapa corresponde uma dada pontuação.

A classificação das respostas aos itens cujos critérios se apresentam organizados por níveis de desempenho resulta da pontuação do nível de desempenho em que forem enquadradas e da aplicação dos critérios de desvalorização definidos para situações específicas.

A classificação das respostas aos itens cujos critérios se apresentam organizados por etapas resulta da soma das pontuações atribuídas às etapas apresentadas e da aplicação dos critérios de desvalorização definidos para situações específicas.

Nas respostas classificadas por níveis de desempenho, se permanecerem dúvidas quanto ao nível a atribuir, deve optar-se pelo nível mais elevado de entre os dois tidos em consideração. Qualquer resposta que não atinja o nível 1 de desempenho é classificada com zero pontos.

As respostas que não apresentem exatamente os termos ou expressões constantes nos critérios específicos de classificação são classificadas em igualdade de circunstâncias com aquelas que os apresentem, desde que o seu conteúdo seja cientificamente válido, adequado ao solicitado e enquadrado pelos documentos curriculares de referência.

A classificação das respostas aos itens que envolvam o uso das potencialidades gráficas da calculadora tem em conta a apresentação de todos os elementos visualizados na sua utilização.

No quadro seguinte, apresentam-se os critérios de classificação a aplicar, em situações específicas, às respostas aos itens que envolvam cálculos ou justificações.

Situação	Classificação
1. Utilização de processos de resolução que não estão previstos no critério específico de classificação.	É aceite qualquer processo de resolução cientificamente correto, desde que enquadrado pelos documentos curriculares de referência da disciplina. O critério específico é adaptado ao processo de resolução apresentado.
2. Utilização de processos de resolução que não respeitem as instruções dadas [exemplo: «recorrendo à regressão sinusoidal»].	A etapa em que a instrução não é respeitada e todas as etapas subsequentes que dela dependam são pontuadas com zero pontos.
3. Apresentação apenas do resultado final quando a resolução do item exige cálculos ou justificações.	A resposta é classificada com zero pontos.
4. Ausência de apresentação de cálculos ou de justificações necessários à resolução de uma etapa.	A etapa é pontuada com zero pontos.
5. Ausência de apresentação explícita de uma etapa que não envolva cálculos ou justificações.	Se a resolução apresentada permitir perceber inequivocamente que a etapa foi percorrida, esta é pontuada com a pontuação prevista. Caso contrário, a etapa é pontuada com zero pontos, bem como todas as etapas subsequentes que dela dependam.
6. Transcrição incorreta de dados do enunciado que não alterem o que se pretende avaliar com o item.	Se a dificuldade da resolução do item não diminuir, é subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas. Se a dificuldade da resolução do item diminuir, o item é classificado do modo seguinte: – nas etapas em que a dificuldade da resolução diminuir, a pontuação máxima a atribuir é a parte inteira de metade da pontuação prevista; – nas etapas em que a dificuldade da resolução não diminuir, a pontuação é atribuída de acordo com os critérios específicos de classificação.
7. Transcrição incorreta de um número ou de um sinal, na resolução de uma etapa.	Se a dificuldade da resolução da etapa não diminuir, é subtraído um ponto à pontuação da etapa. Se a dificuldade da resolução da etapa diminuir, a pontuação máxima a atribuir a essa etapa é a parte inteira de metade da pontuação prevista. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido (ver nota).
8. Ocorrência de um erro ocasional num cálculo, na resolução de uma etapa.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa em que o erro ocorre. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido (ver nota).
9. Ocorrência de um erro que revela desconhecimento de conceitos, de regras ou de propriedades, na resolução de uma etapa.	A pontuação máxima a atribuir a essa etapa é a parte inteira de metade da pontuação prevista. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido (ver nota).
10. Resolução incompleta de uma etapa.	Se à resolução da etapa faltar apenas a passagem final, é subtraído um ponto à pontuação da etapa; caso contrário, a pontuação máxima a atribuir é a parte inteira de metade da pontuação prevista (ver nota).
11. Apresentação de cálculos intermédios com um número de casas decimais diferente do solicitado ou apresentação de um arredondamento incorreto.	É subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas, salvo se houver indicação em contrário no critério específico de classificação.
12. Apresentação do resultado final que não respeita a forma solicitada [exemplo: é pedido o resultado em centímetros, e a resposta apresenta-se em metros].	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.

13. Utilização de valores exatos nos cálculos intermédios e apresentação do resultado final com aproximação quando deveria ter sido apresentado o valor exato.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
14. Utilização de valores aproximados numa etapa quando deveriam ter sido usados valores exatos.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa, salvo se houver indicação em contrário no critério específico de classificação.  As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os critérios gerais e específicos de classificação.
15. Apresentação do resultado final com um número de casas decimais diferente do solicitado ou apresentação do resultado final incorretamente arredondado.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
16. Omissão da unidade de medida na apresentação do resultado final.	A etapa relativa à apresentação do resultado final é pontuada com a pontuação prevista.
17. Apresentação de elementos em excesso face ao solicitado.	Se os elementos em excesso não afetarem a caracterização do desempenho, a classificação a atribuir à resposta não é desvalorizada.  Se os elementos em excesso afetarem a caracterização do desempenho, são subtraídos dois pontos à soma das pontuações atribuídas, salvo se houver indicação em contrário no critério específico de classificação.
18. Utilização de simbologias ou de expressões inequivocamente incorretas do ponto de vista formal.	É subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas, exceto:  – se as incorreções ocorrerem apenas em etapas já pontuadas com zero pontos;  – nos casos de uso do símbolo de igualdade em que, em rigor, deveria ter sido usado o símbolo de igualdade aproximada.

**Nota** – Se a dificuldade da resolução das etapas subsequentes não diminuir, estas são pontuadas de acordo com os critérios específicos de classificação; se a dificuldade da resolução das etapas subsequentes diminuir, a pontuação máxima a atribuir a cada uma delas é a parte inteira de metade da pontuação prevista.

## CRITÉRIOS ESPECÍFICOS DE CLASSIFICAÇÃO

<b>1.1.</b> .....	<b>16 pontos</b>
Identificar 2017 com $t = 20$ .....	5 pontos
Calcular $G(20)$ .....	9 pontos
Apresentar o valor pedido (10 758 TJ) .....	2 pontos

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos.

**1.º Processo**

- Traduzir o problema por uma condição ( $G(t) > 9000$ , ou equivalente) (ver nota 1) ..... 3 pontos
- Resolver a condição anterior ..... 10 pontos

Esta etapa pode ser resolvida por, pelo menos, dois processos.

**Processo A**

- Representar graficamente a função  $G$  (ver nota 2) ..... 5 pontos
- Representar graficamente a reta de equação  $y = 9000$  (ver nota 2) ..... 2 pontos
- Assinalar o ponto de intersecção dos gráficos ..... 1 ponto
- Obter a abcissa desse ponto (8,36...) ..... 2 pontos

**Processo B**

- Isolar  $e^{-0,49t}$  ..... 3 pontos
- Isolar  $-0,49t$  ..... 5 pontos
- Isolar  $t$  ..... 2 pontos
- Apresentar o valor pedido (2006) (ver nota 3) ..... 3 pontos

**2.º Processo**

- Obter  $G(8)$  ..... 3 pontos
- Obter  $G(9)$  ..... 3 pontos
- Referir que  $G(8) < 9000$  ..... 2 pontos
- Referir que  $G(9) > 9000$  ..... 2 pontos
- Referir que a função  $G$  é crescente (ou equivalente) (ver nota 4) ..... 3 pontos
- Apresentar o valor pedido (2006) (ver nota 3) ..... 3 pontos

**Notas:**

1. Se for apresentada  $G(t) = 9000$ ,  $G(t) \geq 9000$ ,  $G(t) < 9000$  ou  $G(t) \leq 9000$ , a pontuação a atribuir a esta etapa não é desvalorizada.
2. Se não for representado o referencial, a soma das pontuações a atribuir a estes passos é desvalorizada em 1 ponto.
3. Se for apresentado 2005, a pontuação a atribuir a esta etapa é desvalorizada em 1 ponto.
4. Se for representada graficamente a função  $G$ , a pontuação a atribuir a esta etapa não é desvalorizada.

<b>2.1.</b> .....	<b>16 pontos</b>
Obter o valor referente à empresa A .....	9 pontos
Calcular o valor da parcela fixa (4,008 euros) .....	4 pontos
Calcular o valor da parcela variável (15,5675 euros) .....	4 pontos
Calcular o valor referente à empresa A (19,58 euros) .....	1 ponto
Obter o valor referente à empresa B (19,05 euros) .....	5 pontos
Concluir que o valor a pagar pelo consumo energético teria sido menor na empresa B .....	2 pontos

<b>2.2.</b> .....	<b>16 pontos</b>
Escrever $f(x) = 0,0479x + 4,008$ (ou equivalente) .....	4 pontos
Escrever $g(x) = 0,0586x$ (ou equivalente) .....	2 pontos
Traduzir o problema por uma condição ( $f(x) < g(x)$ , ou equivalente) ( <b>ver nota 1</b> ) .....	2 pontos
Resolver a condição anterior .....	7 pontos

Esta etapa pode ser resolvida por, pelo menos, três processos.

#### 1.º Processo

Obter $-0,0107x < -4,008$ .....	4 pontos
Obter $x > 374,5\dots$ .....	3 pontos

#### 2.º Processo

Representar graficamente a função $f$ ( <b>ver nota 2</b> ) .....	2 pontos
Representar graficamente a função $g$ ( <b>ver nota 2</b> ) .....	2 pontos
Assinalar o ponto de intersecção dos gráficos .....	1 ponto
Obter a abcissa desse ponto (374,5...) .....	2 pontos

#### 3.º Processo

Obter $f(374)$ .....	1 ponto
Obter $f(375)$ .....	1 ponto
Obter $g(374)$ .....	1 ponto
Obter $g(375)$ .....	1 ponto
Referir que $f(374) > g(374)$ .....	1 ponto
Referir que $f(375) < g(375)$ .....	1 ponto
Referir que as funções $f$ e $g$ são crescentes (ou equivalente) ( <b>ver nota 3</b> ) .....	1 ponto
Apresentar o valor pedido (375 kWh) .....	1 ponto

**Notas:**

1. Se for apresentada  $f(x) = g(x)$ ,  $f(x) \leq g(x)$ ,  $f(x) > g(x)$  ou  $f(x) \geq g(x)$ , a pontuação a atribuir a esta etapa não é desvalorizada.
2. Se não for representado o referencial, a soma das pontuações a atribuir a estes passos é desvalorizada em 1 ponto.
3. Se forem representadas graficamente as funções  $f$  e  $g$ , a pontuação a atribuir a este passo não é desvalorizada.

**3. .... 20 pontos**

Identificar a função objetivo ( $L(x, y) = 3x + 4y$ ) ..... 2 pontos

Identificar as restrições

( $x \leq 2y$ ,  $y \leq 2x$ ,  $x + y \leq 9$ ,  $x \geq 0$  e  $y \geq 0$ ) ..... (5×1) ..... 5 pontos

Representar graficamente a região admissível ..... 7 pontos

Representar graficamente as retas de equações  $x = 2y$ ,  $y = 2x$  e  $x + y = 9$  ..... 3 pontos

Assinalar o polígono ..... 4 pontos

Obter as coordenadas dos vértices do polígono, exceto a origem ((3, 6) e (6, 3)) ..... (2×1) ..... 2 pontos

Calcular o lucro correspondente a cada um dos vértices do polígono, exceto a origem (ou implementar o método da paralela à reta de nível zero) (**ver nota**) .. (2×1) ... 2 pontos

Apresentar os valores pedidos (3 quilogramas de cogumelos e 6 quilogramas de espargos) ..... 2 pontos

**Nota** – No caso de ser implementado o método da paralela à reta de nível zero, se apenas for representada, corretamente, esta reta, a pontuação a atribuir a esta etapa é 1 ponto.

**4.1. .... 16 pontos**

Equacionar o problema ( $h(a) = 25$  ou equivalente) ..... 4 pontos

Resolver a equação anterior ..... 11 pontos

Esta etapa pode ser resolvida por, pelo menos, dois processos.

**1.º Processo**

Representar graficamente a função  $h$  (**ver notas 1 e 2**) ..... 5 pontos

Representar graficamente a reta de equação  $y = 25$  (**ver nota 1**) 2 pontos

Assinalar o ponto de intersecção dos gráficos ..... 2 pontos

Obter a abcissa desse ponto ..... 2 pontos

**Notas:**

1. Se não for representado o referencial, a soma das pontuações a atribuir a estes passos é desvalorizada em 1 ponto.
2. Se não for respeitado o domínio, a pontuação a atribuir a este passo é desvalorizada em 1 ponto.

## 2.º Processo

Isolar $\sin(\alpha)$ .....	3 pontos
Obter a amplitude do ângulo agudo que é solução da equação .....	4 pontos
Obter o valor de $\alpha$ .....	4 pontos
Apresentar o valor pedido ( $162^\circ$ ) .....	1 ponto

### 4.2. .... 20 pontos

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos.

#### 1.º Processo

Identificar $\alpha$ com $90^\circ$ .....	4 pontos
Obter $h(90)$ ( $56,7$ ) .....	2 pontos
Identificar $\alpha$ com $180^\circ$ .....	4 pontos
Obter $h(180)$ ( $10,7$ ) .....	2 pontos
Obter metade do comprimento do vão da ponte ( $46$ ) .....	5 pontos
Obter o valor pedido ( $92$ m) .....	3 pontos

#### 2.º Processo

Representar graficamente a função $h$ ( <b>ver nota</b> ) .....	6 pontos
Assinalar o ponto do gráfico cuja ordenada é o valor máximo dessa função .....	1 ponto
Obter a ordenada desse ponto ( $56,7$ ) .....	2 pontos
Assinalar o ponto do gráfico cuja ordenada é o valor mínimo dessa função .....	1 ponto
Obter a ordenada desse ponto ( $10,7$ ) .....	2 pontos
Obter metade do comprimento do vão da ponte ( $46$ ) .....	5 pontos
Obter o valor pedido ( $92$ m) .....	3 pontos

**Nota** – Se não for representado o referencial, a pontuação a atribuir a esta etapa é desvalorizada em 1 ponto.  
Se não for respeitado o domínio, a pontuação a atribuir a esta etapa é desvalorizada em 2 pontos.

### 4.3. .... 16 pontos

Obter o valor de $T(135)$ ( $-0,57$ ) ( <b>ver nota 1</b> ) .....	6 pontos
Interpretar o valor obtido no contexto da situação ( <b>ver nota 2</b> ) .....	10 pontos
Referir que a altura do ponto $P$ está a diminuir .....	5 pontos
Interpretar $-0,57$ como referente a $0,57$ m/grau .....	4 pontos
Referir que se trata de um valor aproximado da taxa de variação ...	1 ponto

#### Notas:

1. Se for obtido o valor  $-32,53$  ou o valor  $-45,82$ , a pontuação a atribuir a esta etapa é desvalorizada em 2 pontos.
2. Exemplo de interpretação: «Quando  $\alpha = 135^\circ$ , a altura do ponto  $P$  em relação ao nível da superfície da água está a diminuir a uma taxa de, aproximadamente,  $57$  cm por grau».

**5.1. .... 16 pontos**

- Apresentar as listas introduzidas na calculadora ..... 4 pontos
- Apresentar o valor do declive e o valor da ordenada na origem da reta de regressão linear (3,21 e -8,41 , respetivamente) ..... 6 pontos
- Obter o valor pedido (62 pulsos) ..... 6 pontos

**5.2.1. .... 16 pontos**

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, três processos.

**1.º Processo**

- Escrever a subtração entre  $u_{n+1}$  e  $u_n$  (ou equivalente) ..... 5 pontos
- Obter a expressão de  $u_{n+1}$  ..... 5 pontos
- Obter a diferença (6) ..... 5 pontos
- Referir que a diferença não depende de  $n$  (ou equivalente) ..... 1 ponto

**2.º Processo**

- Calcular o 1.º termo da sequência dada (42) ..... 3 pontos
- Calcular o 2.º termo da sequência dada (48) ..... 3 pontos
- Calcular a diferença desses termos (6) ..... 2 pontos
- Escrever  $a_{15} + (n - 15)r$  como termo geral de uma progressão aritmética ( $a_n$ ) ..... 4 pontos
- Substituir  $a_{15}$  por 42 ..... 1 ponto
- Substituir  $r$  por 6 ..... 1 ponto
- Obter  $6n - 48$  ..... 2 pontos

**3.º Processo**

- Referir que  $6n - 48$  corresponde a uma expressão polinomial do 1.º grau .. 10 pontos
- Referir que  $\{15, 16, \dots, 38\}$  é um conjunto de números naturais consecutivos (ou equivalente) ..... 6 pontos

**5.2.2. .... 16 pontos**

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos.

**1.º Processo**

- Reconhecer que os números de pulsos feitos pelo grilo nas audições são termos consecutivos de ( $u_n$ ) ..... 2 pontos
- Reconhecer que são 10 termos ..... 2 pontos
- Obter o primeiro desses termos (72) ..... 4 pontos
- Obter o último desses termos (126) ..... 4 pontos
- Apresentar uma expressão da soma dos dez termos  $\left(\frac{72 + 126}{2} \times 10\right)$  ..... 3 pontos
- Obter o valor pedido (990 pulsos) ..... 1 ponto



**2.º Processo**

- Calcular  $u_{20}$ ,  $u_{21}$ , ...,  $u_{28}$  e  $u_{29}$  ..... (10x1) ..... 10 pontos
- Identificar o valor pedido com a soma dos valores anteriores ..... 5 pontos
- Obter o valor pedido (990 pulsos) ..... 1 ponto

**6. .... 16 pontos**

- Obter o comprimento da aresta da caixa (20 cm) ..... 4 pontos
- Calcular o volume da caixa (8000 cm<sup>3</sup>) ..... 2 pontos
- Reconhecer que a bola tem 10 cm de raio ..... 4 pontos
- Calcular o volume da bola (4188,79020... cm<sup>3</sup>) ..... 2 pontos
- Obter o valor pedido (3811 cm<sup>3</sup>) ..... 4 pontos

**7. .... 16 pontos**

- Considerar, relativamente à Figura 8, um triângulo retângulo cuja hipotenusa seja o raio da superfície esférica, e cujos catetos sejam o raio da abertura do vaso e a distância do centro dessa abertura ao centro da superfície esférica ..... 4 pontos
- Calcular a distância do centro da abertura do vaso ao centro da superfície esférica ... 3 pontos
- Aplicar o Teorema de Pitágoras ao triângulo ..... 2 pontos
- Obter o raio da abertura do vaso (6) ..... 3 pontos
- Escrever uma expressão do perímetro da abertura do vaso ..... 2 pontos
- Apresentar o valor pedido (37,7 cm) ..... 2 pontos

**8. .... 16 pontos**

- Reconhecer que  $P(X < 50) = P(X > 80)$  ..... 2 pontos
- Indicar o valor de  $P(X < 50)$  (0,15) ..... 2 pontos
- Indicar o valor de  $P(X > 80)$  (0,15) ..... 2 pontos
- Obter o número de batatas-sementes com massa menor do que 50 g (300) .... 2 pontos
- Obter o número de batatas-sementes com massa maior do que 80 g (300) .... 2 pontos
- Obter o número de batatas-sementes com massa entre 50 g e 80 g (1400) .. 2 pontos
- Escrever uma equação que permita obter  $m$  ..... 3 pontos
- Obter  $m$  (1,1) ..... 1 ponto

**COTAÇÕES**

As pontuações obtidas nas respostas a estes 7 itens da prova contribuem obrigatoriamente para a classificação final.	1.1.	2.2.	3.	4.2.	5.2.1.	7.	8.	Subtotal
Cotação (em pontos)	16	16	20	20	16	16	16	120
Destes 7 itens contribuem para a classificação final da prova os 5 itens cujas respostas obtenham melhor pontuação.	1.2.	2.1.	4.1.	4.3.	5.1.	5.2.2.	6.	Subtotal
Cotação (em pontos)	5 x 16 pontos							80
<b>TOTAL</b>								<b>200</b>