

Rubricas dos professores vigilantes

A PREENCHER PELO ALUNO

Nome completo _____

Documento de identificação n.º | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

Assinatura do aluno _____

A PREENCHER PELA ESCOLA
N.º convencional

N.º convencional

A PREENCHER PELO AGRUPAMENTO
N.º confidencial da escola

Prova Final de Matemática
Prova 92 | 1.ª Fase | 3.º Ciclo do Ensino Básico | 2023
9.º Ano de Escolaridade

Decreto-Lei n.º 55/2018, de 6 de julho

A PREENCHER PELO PROFESSOR CLASSIFICADOR

Classificação em percentagem | | | | | (_____ por cento)

Correspondente ao nível | | | | | (_____) Data: ____ / ____ / ____ Código do professor classificador | | | | |

Observações _____

A PREENCHER PELA ESCOLA

Classificação alterada em sede de reapreciação conforme despacho em anexo

Classificação alterada em sede de reclamação conforme despacho em anexo

Duração da Prova: 90 minutos. | Tolerância: 30 minutos.

16 Páginas

A prova inclui 12 itens, devidamente identificados no enunciado, cujas respostas contribuem obrigatoriamente para a classificação final. Dos restantes 6 itens da prova, apenas contribuem para a classificação final os 4 itens cujas respostas obtenham melhor pontuação.

Todas as respostas são dadas no enunciado da prova.

Utiliza apenas caneta ou esferográfica de tinta azul ou preta.

Não é permitido o uso de corretor. Risca aquilo que pretendes que não seja classificado.

É permitido o uso de régua, compasso, esquadro, transferidor e calculadora.

Apresenta apenas uma resposta para cada item.

Se o espaço reservado a uma resposta não for suficiente, podes utilizar o espaço que se encontra no final da prova. Neste caso, debes identificar claramente o item a que se refere a tua resposta.

As cotações dos itens encontram-se no final da prova.

Formulário

Números e Operações

Valor aproximado de π (pi): 3,14159

Geometria e Medida

Áreas

Polígono regular: $\frac{\text{Perímetro}}{2} \times \text{apótema}$

Trapézio: $\frac{\text{Base maior} + \text{base menor}}{2} \times \text{altura}$

Superfície esférica: $4\pi r^2$, sendo r o raio da esfera

Superfície lateral do cone: $\pi r g$, sendo r o raio da base do cone e g a geratriz do cone

Volumes

Prisma e cilindro: Área da base \times altura

Pirâmide e cone: $\frac{1}{3} \times$ Área da base \times altura

Esfera: $\frac{4}{3}\pi r^3$, sendo r o raio da esfera

Trigonometria

Fórmula fundamental: $\text{sen}^2 x + \text{cos}^2 x = 1$

Relação da tangente com o seno e com o cosseno: $\text{tg} x = \frac{\text{sen} x}{\text{cos} x}$

Álgebra

Fórmula resolvente de uma equação do segundo grau

da forma $ax^2 + bx + c = 0$: $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

Tabela Trigonométrica

Graus	Seno	Cosseno	Tangente	Graus	Seno	Cosseno	Tangente
1	0,0175	0,9998	0,0175	46	0,7193	0,6947	1,0355
2	0,0349	0,9994	0,0349	47	0,7314	0,6820	1,0724
3	0,0523	0,9986	0,0524	48	0,7431	0,6691	1,1106
4	0,0698	0,9976	0,0699	49	0,7547	0,6561	1,1504
5	0,0872	0,9962	0,0875	50	0,7660	0,6428	1,1918
6	0,1045	0,9945	0,1051	51	0,7771	0,6293	1,2349
7	0,1219	0,9925	0,1228	52	0,7880	0,6157	1,2799
8	0,1392	0,9903	0,1405	53	0,7986	0,6018	1,3270
9	0,1564	0,9877	0,1584	54	0,8090	0,5878	1,3764
10	0,1736	0,9848	0,1763	55	0,8192	0,5736	1,4281
11	0,1908	0,9816	0,1944	56	0,8290	0,5592	1,4826
12	0,2079	0,9781	0,2126	57	0,8387	0,5446	1,5399
13	0,2250	0,9744	0,2309	58	0,8480	0,5299	1,6003
14	0,2419	0,9703	0,2493	59	0,8572	0,5150	1,6643
15	0,2588	0,9659	0,2679	60	0,8660	0,5000	1,7321
16	0,2756	0,9613	0,2867	61	0,8746	0,4848	1,8040
17	0,2924	0,9563	0,3057	62	0,8829	0,4695	1,8807
18	0,3090	0,9511	0,3249	63	0,8910	0,4540	1,9626
19	0,3256	0,9455	0,3443	64	0,8988	0,4384	2,0503
20	0,3420	0,9397	0,3640	65	0,9063	0,4226	2,1445
21	0,3584	0,9336	0,3839	66	0,9135	0,4067	2,2460
22	0,3746	0,9272	0,4040	67	0,9205	0,3907	2,3559
23	0,3907	0,9205	0,4245	68	0,9272	0,3746	2,4751
24	0,4067	0,9135	0,4452	69	0,9336	0,3584	2,6051
25	0,4226	0,9063	0,4663	70	0,9397	0,3420	2,7475
26	0,4384	0,8988	0,4877	71	0,9455	0,3256	2,9042
27	0,4540	0,8910	0,5095	72	0,9511	0,3090	3,0777
28	0,4695	0,8829	0,5317	73	0,9563	0,2924	3,2709
29	0,4848	0,8746	0,5543	74	0,9613	0,2756	3,4874
30	0,5000	0,8660	0,5774	75	0,9659	0,2588	3,7321
31	0,5150	0,8572	0,6009	76	0,9703	0,2419	4,0108
32	0,5299	0,8480	0,6249	77	0,9744	0,2250	4,3315
33	0,5446	0,8387	0,6494	78	0,9781	0,2079	4,7046
34	0,5592	0,8290	0,6745	79	0,9816	0,1908	5,1446
35	0,5736	0,8192	0,7002	80	0,9848	0,1736	5,6713
36	0,5878	0,8090	0,7265	81	0,9877	0,1564	6,3138
37	0,6018	0,7986	0,7536	82	0,9903	0,1392	7,1154
38	0,6157	0,7880	0,7813	83	0,9925	0,1219	8,1443
39	0,6293	0,7771	0,8098	84	0,9945	0,1045	9,5144
40	0,6428	0,7660	0,8391	85	0,9962	0,0872	11,4301
41	0,6561	0,7547	0,8693	86	0,9976	0,0698	14,3007
42	0,6691	0,7431	0,9004	87	0,9986	0,0523	19,0811
43	0,6820	0,7314	0,9325	88	0,9994	0,0349	28,6363
44	0,6947	0,7193	0,9657	89	0,9998	0,0175	57,2900
45	0,7071	0,7071	1,0000				

- * 1. Assinala com **X** a opção que apresenta um número que pode ser representado por uma dízima infinita periódica.

A $\frac{\sqrt{17}}{5}$

B $\frac{\pi}{2}$

C $\frac{13}{17}$

D $\frac{\sqrt{13}}{11}$

2. Em 2020, os estabelecimentos de alojamento turístico em Portugal registaram, aproximadamente, 30,5 milhões de dormidas.

Em 2023, estima-se que o número de dormidas cresça 60% face a 2020.

Calcula o número de dormidas em 2023, de acordo com a estimativa.

Apresenta o resultado escrito em notação científica.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

3. O turismo náutico engloba atividades de lazer e de desporto praticadas no mar, no rio, em barragens ou em marinas.

- * 3.1. Um grupo de seis amigos escolheu Portugal para fazer este tipo de turismo.

Quatro dos amigos preferem fazer atividades no mar e os restantes preferem atividades em rios.

Pretende-se selecionar, ao acaso, um dos seis amigos para ser o organizador das atividades náuticas.

Assinala com **X** a opção que apresenta a probabilidade de a pessoa selecionada preferir fazer atividades em rios.

A $\frac{1}{6}$

B $\frac{1}{3}$

C $\frac{1}{2}$

D $\frac{2}{3}$

3.2. Num dia dedicado a atividades náuticas, um grupo de turistas tem à sua escolha:

- quatro atividades em que se utiliza prancha (*surf*, *bodyboard*, *windsurf* e *paddle*);
- duas atividades em que não se utiliza prancha (mergulho e canoagem).

O grupo pode escolher duas dessas atividades, mas estas atividades têm de ser diferentes.

Como os elementos do grupo não chegaram a acordo sobre a escolha das atividades, a seleção das mesmas será feita por sorteio.

Qual é a probabilidade de as duas atividades sorteadas serem realizadas com prancha?

Apresenta o valor pedido na forma de fração irredutível.

Mostra como chegaste à tua resposta.

*** 4.** Assinala com **X** a opção que apresenta um número que pertence ao intervalo $[\sqrt{50}, \sqrt{51}]$.

A 7,06

B 7,07

C 7,14

D 7,15

* 5. Na Figura 1, estão representados o triângulo $[ABC]$ e o retângulo $[DEFG]$.

Fixada uma unidade de medida, sabe-se que:

- o triângulo $[ABC]$ é isósceles, com $\overline{AB} = \overline{AC}$;
- o triângulo $[AED]$ é isósceles, com $\overline{AE} = \overline{AD}$;
- os pontos F e G pertencem ao lado $[BC]$, o ponto E pertence ao lado $[AB]$ e o ponto D pertence ao lado $[AC]$;
- os pontos M e P são os pontos médios dos segmentos de reta $[BC]$ e $[ED]$, respetivamente;
- $\overline{BC} = 15$ e $\overline{AM} = 12$;
- a área do triângulo $[AED]$ é 10 .

A figura não está desenhada à escala.

Calcula \overline{EF} .

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

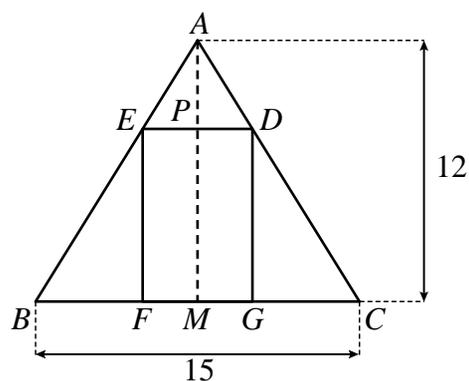


Figura 1

- * 6. Na Figura 2, estão representados os três primeiros termos de uma sequência de figuras constituídas por quadrados geometricamente iguais.

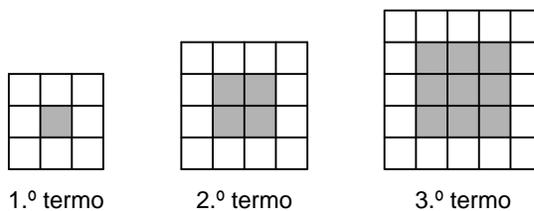


Figura 2

Sabe-se que:

- o número de quadrados cinzentos do termo de ordem n é n^2 ;
- cada termo da sequência, com exceção do primeiro, tem mais quatro quadrados brancos do que o termo anterior.

Quantos quadrados brancos tem o termo desta sequência que tem um total de 529 quadrados?

Mostra como chegaste à tua resposta.

- * 7. A equação $x^2 - 4x + c = 0$, com $c \in \mathbb{R}$, tem duas soluções reais distintas.

Assinala com **X** a opção que apresenta um valor possível para c .

A 3

B 4

C 5

D 6

* 8. A Figura 3 é uma fotografia da «Casa invertida», situada na ilha de S. Miguel, nos Açores.

Na Figura 4, está representado um modelo geométrico dessa casa. Este modelo representa um sólido que pode ser decomposto no prisma triangular $[ABCDEF]$ e no paralelepípedo reto $[BCEFGHIJ]$.



Figura 3

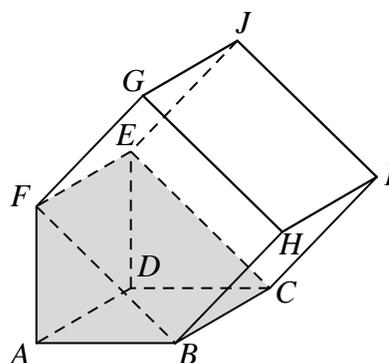


Figura 4

Relativamente ao sólido representado no modelo, sabe-se que:

- a área do retângulo $[GHIJ]$ é $25,8 \text{ m}^2$;
- $\overline{BH} = 4 \text{ m}$;
- o volume total do sólido é $134,1 \text{ m}^3$.

O modelo não está desenhado à escala.

Calcula o volume do prisma triangular $[ABCDEF]$.

Apresenta o resultado em metros cúbicos.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

- * 9. Na Figura 5, está representada, num referencial cartesiano, parte do gráfico de uma função afim, f , que contém os pontos de coordenadas $(-1, -2)$ e $(0, 2)$.

Assinala com **X** a opção que apresenta uma expressão que define a função f .

- A $f(x) = 6x + 4$
- B $f(x) = -6x + 4$
- C $f(x) = -4x + 2$
- D $f(x) = 4x + 2$

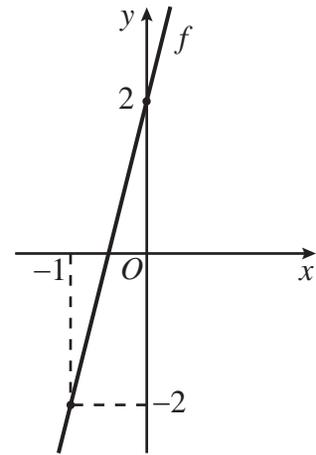


Figura 5

10. Na Figura 6, está representada uma circunferência de centro O e o triângulo $[ABC]$.

Os pontos A , B e C pertencem à circunferência, e o ponto D é exterior à circunferência e pertence à semirreta \overrightarrow{AC} .

A amplitude do ângulo BCD é 100° .

A figura não está desenhada à escala.

Calcula a amplitude, em graus, do arco BCA .

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

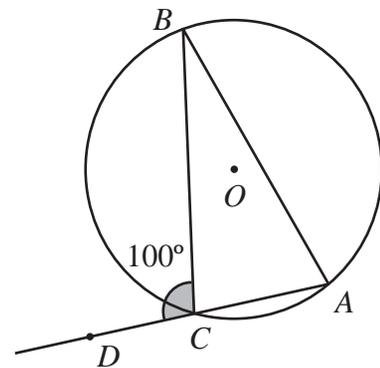


Figura 6

11. Na Figura 7, está representado um modelo de uma tenda de campismo, montada numa superfície plana, com os cabos de suporte que a fixam a essa superfície.

No modelo, o prisma triangular reto $[ABCDEF]$ representa a tenda, o triângulo $[ABC]$ representa a entrada da tenda, o segmento de reta $[CP]$ representa um dos cabos de suporte, e o ponto P representa o local da superfície onde a estaca fixa esse cabo.

Relativamente ao modelo, sabe-se que:

- o triângulo $[ABC]$ é isósceles e $\overline{AC} = \overline{BC}$;
- M é o ponto médio de $[AB]$ e P pertence à reta AB ;
- $\overline{AB} = 2,2$ m e $\overline{CM} = 1,8$ m ;
- $\widehat{CPM} = 42^\circ$.

O modelo não está desenhado à escala.

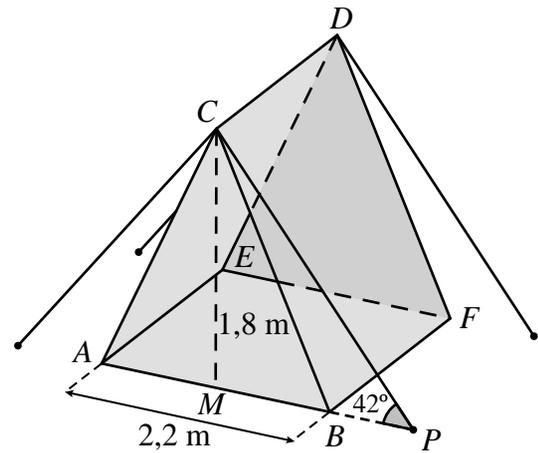


Figura 7

* 11.1. Calcula \overline{BC} , utilizando o teorema de Pitágoras.

Apresenta o resultado em metros, arredondado às unidades.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

11.2. Calcula a distância entre os pontos P e B .

Apresenta o resultado em metros, arredondado às décimas.

Se, nos cálculos intermédios, procederes a arredondamentos, conserva, pelo menos, quatro casas decimais.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

*** 12.** Resolve a inequação seguinte.

$$\frac{3(1-x)}{4} \geq \frac{x}{3} + 1$$

Apresenta o conjunto solução na forma de um intervalo de números reais.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

- * 13. A ilha da Berlenga, localizada a oeste do Cabo Carvoeiro, em Peniche, é o destino de muitas viagens turísticas de barco.

Um grupo de turistas realizou uma dessas viagens, com a duração de 4 horas, com as seguintes etapas:

- partida de Peniche, situada a 9,2 km da ilha da Berlenga;
- viagem de ida, no barco, até à ilha da Berlenga;
- visita pedestre à ilha da Berlenga, enquanto o barco fica parado no cais;
- viagem de regresso, no barco, até ao local de partida.

Considera a função f , que traduz a correspondência entre o tempo, t , em horas, decorrido desde o início da viagem de barco e a distância, d , em quilómetros, a que o barco se encontra do local de partida.

Na Figura 8, estão representados os gráficos A e B.

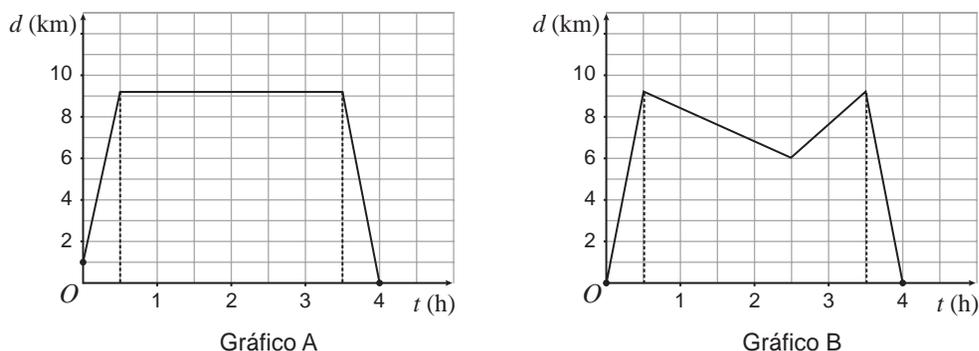


Figura 8

Nem o gráfico A nem o gráfico B representam a função f .

Apresenta uma razão que te permita garantir que o gráfico A não representa a função f e outra razão que te permita garantir que o gráfico B também não representa a função f .

14. Na Figura 9, estão representadas, em referencial cartesiano, parte do gráfico de uma função quadrática, f , e parte do gráfico de uma função de proporcionalidade inversa, g .

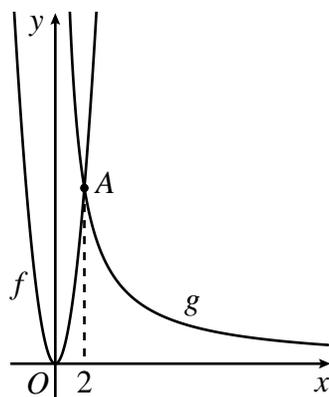


Figura 9

Sabe-se que:

- a função f é definida por $f(x) = 3x^2$;
- a função g é definida por uma expressão da forma $g(x) = \frac{a}{x}$, com $a > 0$ e $x > 0$;
- os gráficos das funções f e g intersectam-se no ponto A , de abcissa 2 .

Qual é o valor de a ?

Mostra como chegaste à tua resposta.

15. Na tabela seguinte, apresenta-se o número aproximado, em milhares, de chegadas a Portugal de alguns turistas, no ano de 2021, tendo em conta o seu país de residência.

Na tabela, está representado por k o número aproximado de turistas, em milhares, residentes na Bélgica que chegaram a Portugal nesse ano.

País de residência	Número de chegadas (milhares)
Alemanha	770
Bélgica	k
Espanha	2900
França	1500
Itália	262
Reino Unido	1000

Tabela construída com base em: *Estatísticas do Turismo 2021* (Edição 2022), INE (consultado em outubro de 2022). (Adaptado)

Sabe-se que a média dos valores registados na tabela, incluindo o valor representado por k , é 1122 milhares de chegadas.

Calcula o valor de k .

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

- * 16. Na tabela, apresentam-se os dados referentes ao número aproximado, em milhões, de dormidas de turistas estrangeiros em estabelecimentos de alojamento turístico, em cinco regiões de Portugal Continental, em 2020 e em 2021.

Regiões (Portugal Continental)	Número de dormidas (milhões)	
	2020	2021
Alentejo	0,3	0,5
Algarve	4,1	5,6
Área Metropolitana de Lisboa (AML)	3,3	5,1
Centro	0,7	1,4
Norte	1,6	2,5

Tabela construída com base em dados do portal travelBI, by Turismo de Portugal, 2020 e 2021 (consultado em outubro de 2022). (Adaptado)

Para cada uma das frases, (1), (2) e (3), assinala com **X** a região de Portugal Continental que lhe corresponde.

		Alentejo	Algarve	AML	Centro	Norte
(1)	Região onde o aumento do número de dormidas, em milhões, de 2020 para 2021, foi o mais elevado.					
(2)	Região onde o aumento do número de dormidas, em milhões, de 2020 para 2021, foi o mais baixo.					
(3)	Região onde o número de dormidas, de 2020 para 2021, aumentou 100%.					

Se quiseres completar ou emendar alguma resposta, utiliza o espaço abaixo.

Caso o utilizes, não te esqueças de identificar claramente o item a que se refere cada uma das respostas completadas ou emendadas.

FIM

COTAÇÕES

As pontuações obtidas nas respostas a estes 12 itens contribuem obrigatoriamente para a classificação final da prova.	1.	3.1.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	11.1.	12.	13.	16.	Subtotal
Cotação (em pontos)	5	5	5	7	7	5	7	5	7	7	7	5	72
Destes 6 itens, contribuem para a classificação final da prova os 4 itens cujas respostas obtenham melhor pontuação.	2.	3.2.	10.	11.2.	14.	15.	Subtotal						
Cotação (em pontos)	4 x 7 pontos						28						
TOTAL													100