

## Exame Final Nacional de Matemática B Prova 735 | 2.ª Fase | Ensino Secundário | 2023

11.º Ano de Escolaridade

Decreto-Lei n.º 55/2018, de 6 de julho | Decreto-Lei n.º 22/2023, de 3 de abril

**Braille**

**Critérios de Classificação**

9 Páginas

---

### CRITÉRIOS GERAIS DE CLASSIFICAÇÃO

A classificação a atribuir a cada resposta resulta da aplicação dos critérios gerais e dos critérios específicos apresentados para cada item e é expressa por um número inteiro.

As respostas ilegíveis ou que não possam ser claramente identificadas são classificadas com zero pontos.

Em caso de omissão ou de engano na identificação de uma resposta, esta pode ser classificada se for possível identificar inequivocamente o item a que diz respeito.

Se for apresentada mais do que uma resposta ao mesmo item, só é classificada a resposta que surgir em primeiro lugar.

Os critérios de classificação podem apresentar-se organizados apenas por níveis de desempenho, por parâmetros, com os respetivos níveis de desempenho, ou por etapas.

Nos itens em que os critérios de classificação se apresentam organizados apenas por níveis de desempenho, a cada nível de desempenho corresponde uma dada pontuação. Se permanecerem dúvidas quanto ao nível a atribuir, deve optar-se pelo nível mais elevado de entre os dois tidos em consideração. Qualquer resposta que não atinja o nível 1 de desempenho é classificada com zero pontos.

Nos itens em que os critérios de classificação se apresentam organizados por parâmetros, a classificação a atribuir à resposta resulta da soma das pontuações atribuídas aos parâmetros seguintes: (A) Conteúdos, (B) Organização e linguagem científica. A atribuição da classificação de zero pontos no parâmetro (A) implica a atribuição de zero pontos no parâmetro (B).

Nos itens em que os critérios de classificação se apresentam organizados por etapas, a classificação a atribuir à resposta resulta da soma das pontuações atribuídas às etapas apresentadas e da aplicação dos critérios de desvalorização definidos para situações específicas.

As respostas que não apresentem exatamente os termos ou expressões constantes nos critérios específicos de classificação são classificadas em igualdade de circunstâncias com aquelas que os apresentem, desde que o seu conteúdo seja cientificamente válido, adequado ao solicitado e enquadrado pelos documentos curriculares de referência.

No quadro seguinte, apresentam-se os critérios de classificação a aplicar, em situações específicas, às respostas aos itens cujos critérios se apresentam organizados por etapas.

Situação	Classificação
1. Utilização de processos de resolução que não estão previstos no critério específico de classificação.	É aceite qualquer processo de resolução cientificamente correto, desde que enquadrado pelos documentos curriculares de referência da disciplina. O critério específico é adaptado ao processo de resolução apresentado.
2. Utilização de processos de resolução que não respeitem as instruções dadas [exemplo: «recorrendo à regressão sinusoidal»].	A etapa em que a instrução não é respeitada e todas as etapas subsequentes que dela dependam são pontuadas com zero pontos.
3. Apresentação apenas do resultado final quando a resolução do item exige cálculos ou justificações.	A resposta é classificada com zero pontos.
4. Ausência de apresentação de cálculos ou de justificações necessários à resolução de uma etapa.	A etapa é pontuada com zero pontos.
5. Ausência de apresentação explícita de uma etapa que não envolva cálculos ou justificações.	Se a resolução apresentada permitir perceber inequivocamente que a etapa foi percorrida, esta é pontuada com a pontuação prevista. Caso contrário, a etapa é pontuada com zero pontos, bem como todas as etapas subsequentes que dela dependam.
6. Transcrição incorreta de dados do enunciado que não alterem o que se pretende avaliar com o item.	Se a dificuldade da resolução do item não diminuir, é subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas. Se a dificuldade da resolução do item diminuir, o item é classificado do modo seguinte: – nas etapas em que a dificuldade da resolução diminuir, a pontuação máxima a atribuir é a parte inteira de metade da pontuação prevista; – nas etapas em que a dificuldade da resolução não diminuir, a pontuação é atribuída de acordo com os critérios específicos de classificação.
7. Transcrição incorreta de um número ou de um sinal, na resolução de uma etapa.	Se a dificuldade da resolução da etapa não diminuir, é subtraído um ponto à pontuação da etapa. Se a dificuldade da resolução da etapa diminuir, a pontuação máxima a atribuir a essa etapa é a parte inteira de metade da pontuação prevista. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido (ver nota).
8. Ocorrência de um erro ocasional num cálculo, na resolução de uma etapa.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa em que o erro ocorre. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido (ver nota).
9. Ocorrência de um erro que revela desconhecimento de conceitos, de regras ou de propriedades, na resolução de uma etapa.	A pontuação máxima a atribuir a essa etapa é a parte inteira de metade da pontuação prevista. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido (ver nota).
10. Resolução incompleta de uma etapa.	Se à resolução da etapa faltar apenas a passagem final, é subtraído um ponto à pontuação da etapa; caso contrário, a pontuação máxima a atribuir é a parte inteira de metade da pontuação prevista (ver nota).
11. Apresentação de cálculos intermédios com um número de casas decimais diferente do solicitado ou apresentação de um arredondamento incorreto.	É subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas, salvo se houver indicação em contrário no critério específico de classificação.
12. Apresentação do resultado final que não respeita a forma solicitada [exemplo: é pedido o resultado em centímetros, e a resposta apresenta-se em metros].	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.

13. Utilização de valores exatos nos cálculos intermédios e apresentação do resultado final com aproximação quando deveria ter sido apresentado o valor exato.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
14. Utilização de valores aproximados numa etapa quando deveriam ter sido usados valores exatos.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa, salvo se houver indicação em contrário no critério específico de classificação.  As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os critérios gerais e específicos de classificação.
15. Apresentação do resultado final com um número de casas decimais diferente do solicitado ou apresentação do resultado final incorretamente arredondado.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
16. Omissão da unidade de medida na apresentação do resultado final.	A etapa relativa à apresentação do resultado final é pontuada com a pontuação prevista.
17. Apresentação de elementos em excesso face ao solicitado.	Se os elementos em excesso não afetarem a caracterização do desempenho, a classificação a atribuir à resposta não é desvalorizada.  Se os elementos em excesso afetarem a caracterização do desempenho, são subtraídos dois pontos à soma das pontuações atribuídas, salvo se houver indicação em contrário no critério específico de classificação.
18. Utilização de simbologias ou de expressões inequivocamente incorretas do ponto de vista formal.	É subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas, exceto:  – se as incorreções ocorrerem apenas em etapas já pontuadas com zero pontos;  – nos casos de uso do símbolo de igualdade em que, em rigor, deveria ter sido usado o símbolo de igualdade aproximada.

**Nota** – Se a dificuldade da resolução das etapas subsequentes não diminuir, estas são pontuadas de acordo com os critérios específicos de classificação; se a dificuldade da resolução das etapas subsequentes diminuir, a pontuação máxima a atribuir a cada uma delas é a parte inteira de metade da pontuação prevista.

## CRITÉRIOS ESPECÍFICOS DE CLASSIFICAÇÃO

<b>1.</b>		<b>20 pontos</b>
	Identificar a função objetivo $(L(x, y) = 2,5x + 3y)$ .....	5 pontos
	Identificar as restrições $0,45x + 0,40y \leq 218,50$ , $0,40x + 0,25y \leq 168,15$ e $0,15x + 0,35y \leq 140$ ..... (3 × 4).....	12 pontos
	Identificar as restrições $x \geq 0$ e $y \geq 0$ .....	1 ponto
	Apresentar o respetivo sistema de restrições .....	2 pontos
<b>2.</b>		<b>16 pontos</b>
	Identificar o valor pedido com $P(X = 0)$ .....	4 pontos
	Reconhecer que $P(X = 0) = 1 - P(X > 0)$ (ou equivalente) .....	4 pontos
	Obter $0,01 + 0,02 + 0,05 + 0,09 + 0,41 + 0,21 + 0,21 = 1$ .....	4 pontos
	Concluir que a probabilidade pedida é 0 .....	4 pontos
<b>3.1.</b>		<b>16 pontos</b>
	Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos.	
	<b>1.º Processo</b>	
	Reconhecer que os números pares escritos são termos consecutivos de uma progressão aritmética cujo primeiro termo é 2 .....	3 pontos
	Indicar a razão dessa progressão (2) .....	4 pontos
	Escrever uma expressão que permita calcular o termo de ordem 15 .....	5 pontos
	Obter o valor pedido (30) .....	4 pontos
	<b>2.º Processo</b>	
	Escrever os números pares consecutivos de 2 a 28 .....	14 pontos
	Apresentar o valor pedido (30) .....	2 pontos

**3.2.** ..... **16 pontos**

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos.

**1.º Processo**

Escrever uma expressão para o termo de ordem  $n$   
 $(2 + 2(n - 1), \text{ ou equivalente})$  ..... 3 pontos

Escrever uma expressão para a soma de  $n$  termos consecutivos  
 $(\frac{2 + 2 + 2(n - 1)}{2} \times n, \text{ ou equivalente})$  ..... 3 pontos

Igualar a expressão anterior a 420 ..... 2 pontos

Resolver a equação  $\frac{2 + 2 + 2(n - 1)}{2} \times n = 420$  (ou equivalente) ..... 5 pontos

Obter  $n^2 + n - 420 = 0$  (ou equivalente) ..... 3 pontos

Obter  $n = 20$  ..... 2 pontos

Obter o valor pedido (40) ..... 3 pontos

**2.º Processo**

Escrever os números pares de 2 a 40 ..... 8 pontos

Obter a soma desses números (420) ..... 5 pontos

Concluir que o último termo é 40 ..... 3 pontos

**4.1.** ..... **16 pontos**

Identificar a altura da árvore no instante em que foi plantada com  $h(0)$  ..... 2 pontos

Identificar a altura da árvore um ano após ter sido plantada com  $h(1)$  ..... 2 pontos

Obter  $h(0)$  (0,641...) ..... 2 pontos

Obter  $h(1)$  (1,103...) ..... 2 pontos

Identificar o valor pedido com  $h(1) - h(0)$  ..... 5 pontos

Obter o valor pedido (46 cm) ..... 3 pontos

**4.2. .... 16 pontos**

- Traduzir o problema por uma condição ( $h(t) > 7$ , ou equivalente) (ver nota 1) ..... 2 pontos
- Resolver a inequação  $h(t) > 7$  ..... 11 pontos
- Isolar  $e^{-0,58t}$  ..... 4 pontos
- Escrever  $-0,58t < \ln(0,0445\dots)$  (ou equivalente) ..... 4 pontos
- Obter  $t > 5,3658\dots$  ..... 3 pontos
- Apresentar o valor pedido (5 anos e 4 meses) (ver nota 2) ..... 3 pontos

**Notas:**

1. Se for apresentado  $h(t) = 7$ ,  $h(t) \geq 7$ ,  $h(t) < 7$  ou  $h(t) \leq 7$ , a pontuação a atribuir nesta etapa não é desvalorizada.
2. Se for apresentado 5 anos e 5 meses, a pontuação a atribuir nesta etapa não é desvalorizada.

**4.3. .... 16 pontos**

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, três processos.

**1.º Processo**

- Reconhecer que a reta de equação  $y = 13$  é assíntota horizontal ao gráfico da função  $h$  (ver notas 1 e 2) ..... 8 pontos
- Referir que a função  $h$  é crescente (ver notas 1 e 2) ..... 6 pontos
- Concluir que não é possível ..... 2 pontos

**Notas:**

1. Em alternativa, pode apenas ser referido que a função  $h$  é uma função logística.
2. Se apenas forem representados o gráfico da função  $h$  e a reta de equação  $y = 13$ , a soma das pontuações a atribuir nestas etapas não deve ser desvalorizada.

**2.º Processo**

- Escrever  $h(t) = 13,5$  ..... 3 pontos
- Isolar  $e^{-0,58t}$  ..... 6 pontos
- Concluir que a equação é impossível ..... 5 pontos
- Concluir que não é possível ..... 2 pontos

**3.º Processo**

- Escrever  $e^{-0,58t} > 0$  ..... 4 pontos
- Escrever  $19,26 e^{-0,58t} > 0$  ..... 3 pontos
- Escrever  $1 + 19,26 e^{-0,58t} > 1$  ..... 3 pontos
- Reconhecer que  $h(t) < 13$  ..... 4 pontos
- Concluir que não é possível ..... 2 pontos

5. .... 16 pontos

Identificar a produção anual em 2021 com a diferença  $49\,566 - 38\,972$  ..... 7 pontos

Obter a produção anual em 2021 (10 594) ..... 2 pontos

Obter o valor pedido (9 milhares de toneladas) ..... 7 pontos

6.1. .... 16 pontos

Referir que o sinal da função  $V$  é positivo ..... 4 pontos

Referir que a altura da água no depósito aumentou sempre (ou equivalente)  
OU Referir que a função  $f$  é crescente (ou equivalente) ..... 12 pontos

6.2. .... 20 pontos

### Tópicos de resposta

- Justificação de que o depósito A não pode ser o existente na quinta do Sr. Ferreira.

#### Exemplo de resposta:

– «No depósito A, a subida da água seria mais rápida no início e mais lenta no final, ao contrário do que se representa no gráfico de  $f$ .»

- Justificação de que o depósito B não pode ser o existente na quinta do Sr. Ferreira.

#### Exemplo de resposta:

– «No depósito B, a água não subiria a uma velocidade constante, diferentemente do que se representa no gráfico de  $f$ .»

Parâmetros	Níveis	Descritores de desempenho	Pontuação
<b>A</b> Conteúdos	4	Apresenta, de forma completa, as duas justificações solicitadas.	16
	3	Apresenta, de forma completa, uma das justificações solicitadas e, de forma incompleta, a outra justificação.	12
	2	Apresenta, de forma completa, apenas uma das justificações solicitadas. OU Apresenta, de forma incompleta, as duas justificações solicitadas.	8
	1	Apresenta, de forma incompleta, apenas uma das justificações solicitadas.	4
<b>B</b> Organização e linguagem científica	2	Escreve um texto organizado e utiliza adequadamente o vocabulário específico da Matemática.	4
	1	Escreve um texto com falhas na organização ou na utilização do vocabulário específico da Matemática.	2

7.1. .... 16 pontos

- Escrever  $\sin 60^\circ = \frac{l}{10}$  ou  $\cos 30^\circ = \frac{l}{10}$ , ou equivalente (em que  $l$  designa a medida do lado do triângulo inscrito) ..... 4 pontos
- Obter  $\frac{l}{2}$  ..... 3 pontos
- Obter  $l$  ..... 2 pontos
- Obter o apótema ou a altura do triângulo ..... 4 pontos
- Obter o valor pedido ( $130 \text{ cm}^2$ ) ..... 3 pontos

7.2. .... 16 pontos

- Escrever  $(0, 10)$  ..... 4 pontos
- Escrever  $(10, 0)$  ..... 4 pontos
- Escrever  $(0, -10)$  ..... 4 pontos
- Escrever  $(-10, 0)$  ..... 4 pontos

8.1. .... 16 pontos

- Identificar as 20 h com  $t = 44$  ..... 4 pontos
- Substituir  $t$  por 44 na expressão de  $h$  ..... 3 pontos
- Obter o valor pedido ( $0,7 \text{ m}$ ) ..... 9 pontos

8.2. .... 16 pontos

- Indicar o máximo absoluto de  $h$  ( $3,5$ ) ..... 4 pontos
- Escrever  $2 + 1,5 \sin(0,5t + 1) = 3,5$  ..... 2 pontos
- Obter  $\sin(0,5t + 1) = 1$  ..... 2 pontos
- Obter  $0,5t + 1 = \frac{\pi}{2}$  ..... 4 pontos
- Obter  $t \approx 1,1415 \dots$  ..... 2 pontos
- Apresentar o valor pedido (1h 8min) ..... 2 pontos



## COTAÇÕES

As pontuações obtidas nas respostas a estes 9 itens da prova contribuem obrigatoriamente para a classificação final.	1.	2.	3.1.	4.1.	4.2.	5.	6.2.	7.2.	8.2.	Subtotal
Cotação (em pontos)	20	16	16	16	16	16	20	16	16	<b>152</b>
Destes 5 itens, contribuem para a classificação final da prova os 3 itens cujas respostas obtenham melhor pontuação.	<b>3.2.</b>	<b>4.3.</b>	<b>6.1.</b>	<b>7.1.</b>	<b>8.1.</b>					<b>Subtotal</b>
Cotação (em pontos)	3 × 16 pontos									<b>48</b>
<b>TOTAL</b>										<b>200</b>