REPÚBLICA PORTUGUESA
EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E INOVAÇÃO

EduQA Instituto de Educação, Qualidade e Avaliação

Exame Final Nacional de Matemática A

Prova 635 | 2.ª Fase | Ensino Secundário | 2026

12.º Ano de Escolaridade

Decreto-Lei n.º 55/2018, de 6 de julho | Decreto-Lei n.º 62/2023, de 25 de julho

Critérios de Classificação 15 Páginas

CRITÉRIOS GERAIS DE CLASSIFICAÇÃO

A classificação a atribuir a cada resposta resulta da aplicação dos critérios gerais e dos critérios específicos apresentados para cada item e é expressa por um número inteiro.

As respostas ilegíveis ou que não possam ser claramente identificadas são classificadas com zero pontos.

ITENS DE SELEÇÃO

As respostas aos itens de seleção podem ser classificadas de forma dicotómica ou por níveis de desempenho, de acordo com os critérios específicos. No primeiro caso, a pontuação só é atribuída às respostas corretas, sendo todas as outras respostas classificadas com zero pontos. No caso da classificação por níveis de desempenho, a cada nível corresponde uma dada pontuação, de acordo com os critérios específicos.

ITENS DE CONSTRUÇÃO

Nos itens de construção, os critérios de classificação podem apresentar-se organizados apenas por níveis de desempenho, por parâmetros, com os respetivos níveis de desempenho, ou por etapas.

Nos itens em que os critérios de classificação se apresentam organizados apenas por níveis de desempenho, a cada nível de desempenho corresponde uma dada pontuação. Se permanecerem dúvidas quanto ao nível a atribuir, deve optar-se pelo nível mais elevado de entre os dois tidos em consideração. Qualquer resposta que não atinja o nível 1 de desempenho é classificada com zero pontos.

Nos itens em que os critérios de classificação se apresentam organizados por parâmetros, a classificação a atribuir à resposta resulta da soma das pontuações atribuídas aos parâmetros seguintes: (A) Conteúdos, (B) Linguagem Científica. A atribuição da classificação de zero pontos no parâmetro (A) implica a atribuição de zero pontos no parâmetro (B).

Nos itens em que os critérios de classificação se apresentam organizados por etapas, a classificação a atribuir à resposta resulta da soma das pontuações atribuídas às etapas apresentadas e da aplicação dos critérios de classificação definidos para situações específicas.

As respostas que não apresentem exatamente os termos ou expressões constantes nos critérios específicos de classificação são classificadas em igualdade de circunstâncias com aquelas que os apresentem, desde que o seu conteúdo seja cientificamente válido, adequado ao solicitado e enquadrado pelos documentos curriculares de referência.

Em caso de omissão ou de engano na identificação de uma resposta, esta pode ser classificada se for possível identificar inequivocamente o item a que diz respeito.

Se for apresentada mais do que uma resposta ao mesmo item, só é classificada a resposta que surgir em primeiro lugar.

A classificação das respostas aos itens que envolvam o uso obrigatório das potencialidades gráficas da calculadora tem em conta a apresentação, num referencial, do gráfico da função ou dos gráficos das funções visualizados.

No quadro seguinte, apresentam-se os critérios de classificação a aplicar, em situações específicas, às respostas aos itens de construção cujos critérios se apresentam organizados por etapas.

Situação	Classificação
1. Utilização de processos de resolução que não estão previstos no critério específico de classificação.	É aceite qualquer processo de resolução cientificamente correto, desde que enquadrado pelos documentos curriculares de referência da disciplina (ver nota 1). O critério específico é adaptado ao processo de resolução apresentado.
2. Utilização de processos de resolução que não respeitem as instruções dadas [exemplo: «sem recorrer à calculadora»].	A etapa em que a instrução não é respeitada e todas as etapas subsequentes que dela dependam são pontuadas com zero pontos.
3. Apresentação apenas do resultado final.	A resposta é classificada com zero pontos.
4. Ausência de apresentação de cálculos ou de justificações necessários à resolução de uma etapa.	A etapa é pontuada com zero pontos.
5. Ausência de apresentação explícita de uma etapa que não envolva cálculos ou justificações.	Se a resolução apresentada permitir perceber inequivocamente que a etapa foi percorrida, esta é pontuada com a pontuação prevista. Caso contrário, a etapa é pontuada com zero pontos, bem como todas as etapas subsequentes que dela dependam.
6. Transcrição incorreta de dados do enunciado que não altere o que se pretende avaliar com o item.	Se a dificuldade da resolução do item não diminuir, é subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas. Se a dificuldade da resolução do item diminuir, o item é classificado do modo seguinte: – nas etapas em que a dificuldade da resolução diminuir, a pontuação máxima a atribuir é a parte inteira de metade da pontuação prevista; – nas etapas em que a dificuldade da resolução não diminuir, a pontuação é atribuída de acordo com os critérios específicos de classificação.
7. Transcrição incorreta de um número ou de um sinal, na resolução de uma etapa.	Se a dificuldade da resolução da etapa não diminuir, é subtraído um ponto à pontuação da etapa. Se a dificuldade da resolução da etapa diminuir, a pontuação máxima a atribuir a essa etapa é a parte inteira de metade da pontuação prevista. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido (ver nota 2).
8. Ocorrência de um erro ocasional num cálculo, na resolução de uma etapa.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa em que o erro ocorre. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido (ver nota 2).
9. Ocorrência de um erro que revela desconhecimento de conceitos, de regras ou de propriedades, na resolução de uma etapa.	A pontuação máxima a atribuir a essa etapa é a parte inteira de metade da pontuação prevista. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido (ver nota 2).

10. Resolução incompleta de uma etapa.	Se à resolução da etapa faltar apenas a passagem final, é subtraído um ponto à pontuação da etapa; caso contrário, a pontuação máxima a atribuir é a parte inteira de metade da pontuação prevista.
11. Apresentação de cálculos intermédios com um número de casas decimais diferente do solicitado ou apresentação de um arredondamento incorreto.	É subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas, salvo se houver indicação em contrário no critério específico de classificação.
12. Apresentação do resultado final que não respeita a forma solicitada [exemplo: é pedido o resultado na forma de fração, e a resposta apresenta-se na forma decimal].	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
13. Utilização de valores exatos nos cálculos intermédios e apresentação do resultado final com aproximação quando deveria ter sido apresentado o valor exato.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
14. Utilização de valores aproximados numa etapa quando deveriam ter sido usados valores exatos.	A pontuação máxima a atribuir a essa etapa, bem como a cada uma das etapas subsequentes que dela dependam, é a parte inteira de metade da pontuação prevista.
15. Apresentação do resultado final com um número de casas decimais diferente do solicitado, ou apresentação do resultado final incorretamente arredondado.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
16. Omissão da unidade de medida na apresentação do resultado final.	A etapa relativa à apresentação do resultado final é pontuada com a pontuação prevista.
17. Apresentação de elementos em excesso face ao solicitado.	Se os elementos em excesso não afetarem a caracterização do desempenho, a classificação a atribuir à resposta não é desvalorizada. Se os elementos em excesso afetarem a caracterização do desempenho, são subtraídos dois pontos à soma das pontuações atribuídas, salvo se houver indicação em contrário no critério específico de classificação.
18. Utilização de simbologias ou de expressões inequivocamente incorretas do ponto de vista formal.	É subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas, exceto: – se as incorreções ocorrerem apenas em etapas já pontuadas com zero pontos; – nos casos de uso do símbolo de igualdade em que, em rigor, deveria ter sido usado o símbolo de igualdade aproximada.

Notas:

1. A título de exemplo, faz-se notar que não são aceites processos de resolução que envolvam a aplicação da fórmula da distância de um ponto a um plano ou da fórmula da distância entre dois planos paralelos, sem as respetivas deduções.

2. Se a dificuldade da resolução das etapas subsequentes não diminuir, estas são pontuadas de acordo com os critérios específicos de classificação; se a dificuldade da resolução das etapas subsequentes diminuir, a pontuação máxima a atribuir a cada uma delas é a parte inteira de metade da pontuação prevista.

CRITÉRIOS ESPECÍFICOS DE CLASSIFICAÇÃO

1. ..... **12 pontos**

(A)

2.1. ..... **14 pontos**

Determinar $f''(x)$ (**ver nota 1**)	3 pontos
Escrever $f''(x)=0$	1 ponto
Determinar o zero de f'' $(\sqrt{e})$	3 pontos
Apresentar um quadro de sinal de f'' e de sentido das concavidades do gráfico de f (ou equivalente)	4 pontos
Apresentar o intervalo em que a concavidade do gráfico de f é voltada para cima e o intervalo em que a concavidade do gráfico de f é voltada para baixo (**ver nota 2**)	2 pontos
Apresentar a abcissa do ponto de inflexão $(\sqrt{e})$	1 ponto

Notas:

1. Se for evidente a intenção de determinar a derivada da função f', a pontuação mínima a atribuir a esta etapa é 1 ponto.

2. Se for apresentado o intervalo $]0,\sqrt{e}[$, em vez de $]0,\sqrt{e}\,]$, e o intervalo $]\sqrt{e},+\infty[$, em vez de $[\sqrt{e},+\infty[$, esta etapa deve ser considerada cumprida.

2.2. ..... **14 pontos**

Designemos por y_B a ordenada do ponto B.

Reconhecer que a área do triângulo $[AOB]$ é dada por $\frac{\overline{OB}\times e}{2}$	2 pontos
Reconhecer que o declive da reta r é $f'(e)$	2 pontos
Obter $f'(e)$ $\left(\frac{3}{e}\right)$	1 ponto
Reconhecer que o declive da reta s é $-\frac{e}{3}$	2 pontos
Escrever $y=-\frac{e}{3}x+y_B$ (ou equivalente)	2 pontos
Reconhecer que $0=-\frac{e}{3}\times(-3)+y_B$	2 pontos
Obter o valor de y_B $(-e)$	1 ponto
Obter o valor pedido $\left(\frac{e^2}{2}\right)$	2 pontos

3. ..... **12 pontos**

3.(AE2018)

(B)

3.(AE2023)

(B)

4. ..... **12 pontos**

(a) → (3) **(b) → (3)** **(c) → (1)** **(d) → (2)**

Este item deve ser classificado de acordo com os níveis de desempenho seguintes.

Nível	Descritor de desempenho	Pontuação
3	Completa o texto com as 4 opções corretas.	12
2	Completa o texto com 3 opções corretas.	8
1	Completa o texto com 2 opções corretas.	4

5. ..... **14 pontos**

Reconhecer que o algarismo das unidades é 0 ou 5 ..... 2 pontos

Reconhecer que o algarismo das dezenas de milhares é 5, 6, 7, 8 ou 9 ..... 2 pontos

Determinar o número de sequências distintas em que o algarismo das unidades é 0 e o algarismo das dezenas de milhares é 5, 6, 7, 8 ou 9 (1680) ..... 5 pontos

Determinar o número de sequências distintas em que o algarismo das unidades é 5 e o algarismo das dezenas de milhares é 6, 7, 8 ou 9 (1344) ..... 4 pontos

Obter o valor pedido (3024) ..... 1 ponto

6. ..... **14 pontos**

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos.

Designemos por A o acontecimento «o número inscrito no cartão é par» e por M o acontecimento «o número inscrito no cartão é múltiplo de três».

1.º Processo

Reconhecer que $P(M)=0{,}625$ ..... 1 ponto

Reconhecer que $P(A \mid \overline{M})=\frac{1}{3}$ ..... 2 pontos

Obter $P(\overline{M})$ $(0{,}375)$ ..... 1 ponto

Obter $P(A \cap \overline{M})$ $(0{,}125)$ ..... 2 pontos

Identificar o pedido com $P(M \cup \overline{A})$ ..... 2 pontos

Reconhecer que $P(M \cup \overline{A})=P(M)+P(\overline{A})-P(M \cap \overline{A})$ ..... 1 ponto

Reconhecer que $P(\overline{A})=1-P(A)$ ..... 1 ponto

Reconhecer que $P(M \cap \overline{A})=P(M)-P(M \cap A)$ ..... 1 ponto

Obter $P(M \cup \overline{A})=1-P(A)+P(M \cap A)$ ..... 1 ponto

Reconhecer que $P(A)-P(M \cap A)=P(A \cap \overline{M})$ ..... 1 ponto

Obter o valor pedido $\left(\frac{7}{8}\right)$ ..... 1 ponto

2.º Processo

Reconhecer que $P(M)=0{,}625$ ..... 1 ponto

Reconhecer que $P(A \mid \overline{M})=\frac{1}{3}$ ..... 2 pontos

Obter $P(\overline{M})$ $(0{,}375)$ ..... 1 ponto

Obter $P(A \cap \overline{M})$ $(0{,}125)$ ..... 2 pontos

Identificar o pedido com $P(M \cup \overline{A})$ ..... 2 pontos

Reconhecer que $P(\overline{M \cup \overline{A}})=P(\overline{M} \cap A)$ ..... 4 pontos

Obter $P(M \cup \overline{A})=1-P(\overline{M} \cap A)$ ..... 1 ponto

Obter o valor pedido $\left(\frac{7}{8}\right)$ ..... 1 ponto

7. (ver nota) ..... **14 pontos**

Nota − Se forem apresentadas respostas aos dois itens, classifica-se apenas a primeira resposta.

7.(AE2018)

Mostrar que $u_{n+1} - u_n > 0$, para qualquer $n \in \mathbb{N}$ ..... 12 pontos

Escrever $u_{n+1} = \frac{3n+8}{n+3}$ (ou equivalente) ..... 4 pontos

Obter $u_{n+1} - u_n = \frac{1}{(n+2)(n+3)}$ (ou equivalente) ..... 5 pontos

Concluir que $u_{n+1} - u_n > 0$, para qualquer $n \in \mathbb{N}$ ..... 3 pontos

Concluir que a sucessão (u_n) é monótona crescente ..... 2 pontos

7.(AE2023)

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos.

1.º Processo

Determinar $f'(x)$ (**ver nota**) ..... 4 pontos

Determinar $f(-1)$ $\left(e^{-1} - \frac{1}{2}\right)$ ..... 2 pontos

Determinar $f'(-1)$ $(-e^{-1})$ ..... 2 pontos

Reconhecer que a aproximação pedida é dada por $-1 - \frac{f(-1)}{f'(-1)}$ ..... 4 pontos

Obter o valor pedido $(-1{,}359)$ ..... 2 pontos

2.º Processo

Designemos por r a reta tangente ao gráfico da função f no ponto de abcissa -1 .

Determinar $f'(x)$ (**ver nota**) ..... 4 pontos

Determinar $f'(-1)$ $(-e^{-1})$ ..... 2 pontos

Determinar $f(-1)$ $\left(e^{-1} - \frac{1}{2}\right)$ ..... 2 pontos

Obter uma equação da reta r $\left(y = -e^{-1}x - \frac{1}{2}\right)$ ..... 2 pontos

Determinar a abcissa do ponto de intersecção da reta r com o eixo Ox

$\left(-\frac{e}{2}\right)$ ..... 2 pontos

Obter o valor pedido $(-1{,}359)$ ..... 2 pontos

Nota: Se for evidente a intenção de determinar a derivada da função f, a pontuação mínima a atribuir a esta etapa é 1 ponto.

8.1. ..... **12 pontos**

(B)

8.2. ..... **14 pontos**

Reconhecer que o ponto B é o ponto de intersecção da reta AB com o plano BCF ..... 1 ponto

Reconhecer que a reta AB é perpendicular ao plano BCF ..... 1 ponto

Reconhecer que o vetor de coordenadas $(-3, 6, -2)$ é um vetor diretor da reta AB ..... 1 ponto

Escrever uma equação vetorial da reta AB $((x, y, z) = (-3, 5, 2) + k(-3, 6, -2), k \in \mathbb{R})$ ..... 2 pontos

Reconhecer que as coordenadas do ponto B são da forma $(-3 - 3k, 5 + 6k, 2 - 2k)$ ..... 2 pontos

Escrever $-3(-3 - 3k) + 6(5 + 6k) - 2(2 - 2k) + 14 = 0$ (ou equivalente) ..... 2 pontos

Obter o valor de k (-1) ..... 1 ponto

Determinar as coordenadas do ponto B $((0, -1, 4))$ ..... 1 ponto

Determinar $\overline{AB}$ (7) ..... 2 pontos

Obter o valor pedido (343) ..... 1 ponto

9. ..... **14 pontos**

Reconhecer que o declive da reta AD é igual a -2 ..... 2 pontos

Determinar a ordenada na origem da reta AD (4) ..... 2 pontos

Reconhecer que o ponto D tem coordenadas $(0, 4)$ ..... 1 ponto

Obter o pedido ..... 9 pontos

Esta etapa pode ser resolvida por, pelo menos, três processos.

1.º Processo

Reconhecer que C é o ponto de intersecção da reta DC com a reta BC ..... 2 pontos

Reconhecer que a reta DC é perpendicular à reta AD ..... 2 pontos

Obter uma equação da reta DC $\left(y = \frac{1}{2}x + 4\right)$ ..... 2 pontos

Determinar as coordenadas do ponto C $\left(\left(\frac{2}{5}, \frac{21}{5}\right)\right)$ ..... 3 pontos

2.º Processo

Reconhecer que $C = B + \overrightarrow{AD}$ ..... 2 pontos

Reconhecer que B é o ponto de intersecção da reta AB com a reta BC ..... 1 ponto

Reconhecer que a reta AB é perpendicular à reta BC ..... 1 ponto

Escrever uma equação da reta AB $\left(y = \frac{1}{2}x - 1\right)$ ..... 2 pontos

Determinar as coordenadas do ponto B $\left(\left(\frac{12}{5}, \frac{1}{5}\right)\right)$ ..... 1 ponto

Determinar as coordenadas do vetor $\overrightarrow{AD}$ $((-2, 4))$ ..... 1 ponto

Determinar as coordenadas do ponto C $\left(\left(\frac{2}{5}, \frac{21}{5}\right)\right)$ ..... 1 ponto

3.º Processo

Reconhecer que o vetor $\vec{u}$, de coordenadas $(1, -2)$, é um vetor diretor da reta BC ..... 1 ponto

Reconhecer que $\vec{u} \cdot \overrightarrow{DC} = 0$ ..... 2 pontos

Reconhecer que as coordenadas do ponto C são da forma $(x, -2x + 5)$ ..... 1 ponto

Escrever as coordenadas do vetor $\overrightarrow{DC}$ em função de x $((x, -2x + 1))$ ..... 1 ponto

Obter $5x - 2 = 0$ ..... 2 pontos

Determinar as coordenadas do ponto C $\left(\left(\frac{2}{5}, \frac{21}{5}\right)\right)$ ..... 2 pontos

10. ..... **14 pontos**

Tópicos de resposta

- Justificação da falsidade da proposição I.
  Exemplo: Como $f'(x) < 0$, para qualquer $x \in \mathbb{R}$, a função f é decrescente em $\mathbb{R}$; logo, $f(1) \leq f(0)$, ou seja, $f(1) \leq 2$.

- Justificação da falsidade da proposição II.
  Exemplo: Como a função f é contínua no intervalo $[1, 2]$ e $f(1) \times f(2) < 0$, conclui-se, pelo teorema de Bolzano-Cauchy, que existe, pelo menos, um zero da função f no intervalo $]1, 2[$. Dado que $D_{\frac{1}{f}} = \{x \in D_f : f(x) \neq 0\}$, o domínio de $\frac{1}{f}$ não pode ser $\mathbb{R}$.

Parâmetro	Nível	Descritor de desempenho	Pontuação
A Conteúdos	**4**	Apresenta, de forma completa, as duas justificações solicitadas.	12
	3	Apresenta, de forma completa, uma das justificações solicitadas e, de forma incompleta, a outra justificação.	9
	2	Apresenta, de forma completa, apenas uma das justificações solicitadas. OU Apresenta, de forma incompleta, as duas justificações solicitadas.	6
	1	Apresenta, de forma incompleta, apenas uma das justificações solicitadas.	3
B Linguagem Científica	**2**	Utiliza adequadamente o vocabulário específico da Matemática.	2
	1	Utiliza, embora com uma ou mais falhas, o vocabulário específico da Matemática.	1

11. ..... **12 pontos**

(B)

12. ..... **14 pontos**

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, três processos.

1.º Processo

Escrever $w = a + bi$ ..... 1 ponto

Escrever $z = \frac{(a+bi)(3+4i)}{25}$ (ou equivalente) ..... 2 pontos

Obter $z = \frac{3a-4b}{25} + \frac{4a+3b}{25}i$ ..... 2 pontos

Escrever $\frac{3a-4b}{25} = \frac{-4a-3b}{25}$ (ou equivalente) ..... 2 pontos

Obter $b = 7a$ ..... 1 ponto

Reconhecer que $a^2 + b^2 = 25$ ..... 2 pontos

Obter $a = -\frac{\sqrt{2}}{2} \vee a = \frac{\sqrt{2}}{2}$ (ou equivalente) ..... 2 pontos

Obter o número pedido

$\left(-\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{7\sqrt{2}}{2}i\text{, ou equivalente}\right)$ ..... 2 pontos

2.º Processo

Reconhecer que $z = a - ai$ ..... 3 pontos

Escrever $w = (a - ai)(3 - 4i)$ ..... 2 pontos

Obter $w = -a - 7ai$ ..... 2 pontos

Obter $50a^2 = 25$ (ou equivalente) ..... 3 pontos

Obter $a = -\frac{\sqrt{2}}{2} \vee a = \frac{\sqrt{2}}{2}$ (ou equivalente) ..... 2 pontos

Obter o número pedido

$\left(-\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{7\sqrt{2}}{2}i\text{, ou equivalente}\right)$ ..... 2 pontos

3.º Processo

Determinar $|3 - 4i|$ ..... 1 ponto

Obter $|z| = 1$ ..... 2 pontos

Reconhecer que $z = e^{i\frac{3\pi}{4}}$ ou $z = e^{i\left(-\frac{\pi}{4}\right)}$ (ou equivalente) ..... 2 pontos

Escrever $z = -\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i$ ou $z = \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i$ ..... 2 pontos

Escrever $w = z(3 - 4i)$ ..... 2 pontos

Obter $w = -\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{7\sqrt{2}}{2}i$ ou $w = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{7\sqrt{2}}{2}i$ ..... 3 pontos

Concluir que $w = -\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{7\sqrt{2}}{2}i$ ..... 2 pontos

13. (ver nota) ..... **14 pontos**

Nota − Se forem apresentadas respostas aos dois itens, classifica-se apenas a primeira resposta.

13.(AE2018)

Determinar o número de zeros da função f no intervalo $[0, 2\pi[$ ..... 7 pontos

Esta etapa pode ser resolvida por, pelo menos, dois processos.

1.º Processo

Escrever $2\operatorname{sen} x \cos x + \cos x = 0$ ..... 2 pontos

Obter $\cos x(2\operatorname{sen} x + 1) = 0$ ..... 1 ponto

Obter $\cos x = 0 \vee \operatorname{sen} x = -\frac{1}{2}$ ..... 2 pontos

Justificar que a função f tem exatamente quatro zeros no intervalo $[0, 2\pi[$ ..... 2 pontos

2.º Processo

Escrever $\operatorname{sen}(2x) = \operatorname{sen}\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$ (ou equivalente) ..... 2 pontos

Obter $2x = x - \frac{\pi}{2} + 2k\pi \vee 2x = \frac{3\pi}{2} - x + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$ ..... 3 pontos

Justificar que a função f tem exatamente quatro zeros no intervalo $[0, 2\pi[$ ..... 2 pontos

Reconhecer que o maior zero da função f, no intervalo $[0, 2\pi[$, é $\frac{11\pi}{6}$ ... 1 ponto

Reconhecer que existem vinte zeros da função f no intervalo $[0, 10\pi[$ ..... 2 pontos

Determinar o valor de a ..... 4 pontos

Reconhecer que a é o maior zero da função f no intervalo $[0, 10\pi[$ ..... 2 pontos

Obter o valor pedido $\left(\frac{59\pi}{6}\right)$ ..... 2 pontos

13.(AE2023)

Escrever $\overline{PB} = \frac{2}{3}\overline{PS}$ (ou equivalente) ..... 4 pontos

Obter $\overline{PS} = 9$ ..... 2 pontos

Reconhecer que $\overline{CQ} = \overline{CR} = \overline{CP}$ ..... 2 pontos

Reconhecer que $\overline{CR} = 9 - \overline{CS}$ ..... 2 pontos

Escrever $(9 - \overline{CS})^2 = \overline{CS}^2 + 54$ (ou equivalente) ..... 2 pontos

Obter o valor pedido $\left(\frac{3}{2}, \text{ ou equivalente}\right)$ ..... 2 pontos

14. ..... **14 pontos**

Reconhecer que exceder o diâmetro em 40% corresponde a $1{,}4 \times 2r$ ..... 2 pontos

Escrever a equação $d(x) = 2{,}8r$ (ou equivalente) (**ver nota 1**) ..... 2 pontos

Reconhecer que a equação $d(x) = 2{,}8r$ é equivalente à equação $\frac{1}{x}\text{sen}\left(\frac{\pi}{2}x\right) = 1{,}4$ ..... 2 pontos

Representar o(s) gráfico(s) da(s) função(ões) visualizado(s) na calculadora que permite(m) resolver a equação (**ver notas 2 e 3**) ..... 5 pontos

Assinalar o ponto relevante ..... 1 ponto

Apresentar o valor pedido $(0{,}523)$ ..... 2 pontos

Notas:

1. Se não for apresentada qualquer equação, a pontuação a atribuir a esta etapa é 0 pontos. As restantes etapas são pontuadas de acordo com o desempenho, desde que seja inequívoco que este corresponde à resolução da equação que traduz corretamente o problema.
2. Se não for apresentado um referencial, a pontuação a atribuir a esta etapa é desvalorizada em 1 ponto.
3. Se não for respeitado o domínio, a pontuação a atribuir a esta etapa é desvalorizada em 1 ponto.

15. ..... **14 pontos**

Determinar $\lim_{x\to+\infty}\frac{g(x)}{x}$ ..... 7 pontos

Escrever $\lim_{x\to+\infty}\frac{g(x)}{x}=\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{f(x)+\frac{x+e^x}{e^x}}{x}\right)$ ..... 1 ponto

Escrever $\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{f(x)+\frac{x+e^x}{e^x}}{x}\right)=\lim_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}+\lim_{x\to+\infty}\frac{x+e^x}{xe^x}$ ... 1 ponto

Reconhecer que $\lim_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}=-1$ ..... 2 pontos

Obter $\lim_{x\to+\infty}\frac{x+e^x}{xe^x}=0$ ..... 2 pontos

Obter $\lim_{x\to+\infty}\frac{g(x)}{x}=-1$ ..... 1 ponto

Determinar $\lim_{x\to+\infty}(g(x)+x)$ ..... 6 pontos

Escrever $\lim_{x\to+\infty}(g(x)+x)=\lim_{x\to+\infty}\left(f(x)+\frac{x+e^x}{e^x}+x\right)$ ..... 1 ponto

Obter

$\lim_{x\to+\infty}\left(f(x)+\frac{x+e^x}{e^x}+x\right)=\lim_{x\to+\infty}(f(x)+x)+\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{x+e^x}{e^x}\right)$ .. 1 ponto

Reconhecer que $\lim_{x\to+\infty}(f(x)+x)=2$ ..... 2 pontos

Obter $\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{x+e^x}{e^x}\right)=1$ ..... 1 ponto

Obter $\lim_{x\to+\infty}(g(x)+x)=3$ ..... 1 ponto

Escrever a equação da assíntota não vertical $(y=-x+3)$ ..... 1 ponto

16. ..... **14 pontos**

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos.

1.º Processo

Reconhecer que a ordenada do ponto A é $\operatorname{tg}\alpha$ ..... 1 ponto

Reconhecer que as coordenadas do ponto C são $(-\cos\alpha,-\operatorname{sen}\alpha)$ ..... 2 pontos

Escrever a equação reduzida da reta CD $\left(y=\frac{1+\operatorname{sen}\alpha}{\cos\alpha}x+1\right)$ ..... 4 pontos

Determinar a ordenada do ponto B $\left(\frac{1+\operatorname{sen}\alpha+\cos\alpha}{\cos\alpha}\right)$ (ou equivalente) .... 3 pontos

Concluir o pretendido ..... 4 pontos

2.º Processo

Reconhecer que a amplitude do ângulo convexo AOD é $\frac{\pi}{2} - \alpha$ ..... 1 ponto

Determinar a amplitude do ângulo convexo ACB $\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2}\right)$ ..... 2 pontos

Reconhecer que a amplitude do ângulo suplementar ao ângulo BAC é $\frac{\pi}{2} - \alpha$ ..... 2 pontos

Determinar a amplitude do ângulo convexo BAC $\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)$ ..... 2 pontos

Determinar a amplitude do ângulo convexo CBA $\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2}\right)$ ..... 1 ponto

Reconhecer que $\overline{AB} = \overline{AC}$ ..... 1 ponto

Reconhecer que as coordenadas do ponto A são $(1, \operatorname{tg} \alpha)$ ..... 1 ponto

Obter $\overline{OA} = \frac{1}{\cos \alpha}$ ..... 3 pontos

Concluir o pretendido ..... 1 ponto

COTAÇÕES

As pontuações obtidas nas respostas a estes 12 itens da prova contribuem obrigatoriamente para a classificação final.	**1.**	**2.1.**	**3.**	**4.**	**6.**	**7.**	**8.1.**	**8.2.**	**10.**	**11.**	**14.**	**16.**	**Subtotal**
Cotação (em pontos)	12	14	12	12	14	14	12	14	14	12	14	14	**158**
Destes 6 itens, contribuem para a classificação final da prova os 3 itens cujas respostas obtenham melhor pontuação.	**2.2.**		**5.**		**9.**		**12.**		**13.**		**15.**		**Subtotal**
Cotação (em pontos)	3 × 14 pontos												**42**
TOTAL													**200**