

Exame Final Nacional de Matemática B
Prova 735 | 2.ª Fase | Ensino Secundário | 2026

11.º Ano de Escolaridade

Decreto-Lei n.º 55/2018, de 6 de julho | Decreto-Lei n.º 62/2023, de 25 de julho

Duração da Prova: 150 minutos. | Tolerância: 30 minutos.

8 Páginas

A prova inclui 10 itens, devidamente identificados no enunciado (*), cujas respostas contribuem obrigatoriamente para a classificação final. Dos restantes 4 itens da prova, apenas contribuem para a classificação final os 2 itens cujas respostas obtenham melhor pontuação.

As respostas aos itens da prova são registadas no caderno de respostas.

É permitido o uso de régua, compasso, esquadro, transferidor e calculadora gráfica.

As cotações dos itens encontram-se no final do enunciado da prova.

Nas respostas aos itens de escolha múltipla, selecione a opção correta. Assinale, na folha de respostas, a opção selecionada.

Nas respostas aos itens de construção, apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias.

Sempre que recorrer à calculadora, apresente, consoante a situação, todos os elementos relevantes visualizados, como:

- os gráficos obtidos, em referencial cartesiano, com os pontos relevantes para a resolução assinalados (por exemplo, pontos de intersecção de gráficos, pontos de máximos e pontos de mínimos);
- as linhas da tabela obtida que são relevantes para a resolução;
- as listas que introduziu na calculadora para obter as estatísticas relevantes para a resolução (por exemplo, média, desvio padrão, coeficiente de correlação e declive e ordenada na origem de uma reta de regressão).

- * 1. Com o objetivo de adquirir um automóvel usado, um utilizador consultou uma plataforma de venda de automóveis usados e obteve a quilometragem de cada automóvel pesquisado, isto é, os quilómetros já percorridos pelo automóvel, e o correspondente preço de venda, em milhares de euros.

Os valores obtidos são os que se apresentam na Tabela 1.

Tabela 1

Quilometragem (em milhares de quilómetros) (x)	Preço de venda (em milhares de euros) (y)
111,0	12,7
97,0	13,0
78,7	13,3
85,8	13,2
74,4	13,3
90,0	13,1
120,0	12,5
117,6	12,6

Admita como válido o modelo de regressão linear de y sobre x , obtido a partir dos dados apresentados na Tabela 1.

Estime, com base nesse modelo, o preço de venda de um automóvel com 100 milhares de quilómetros.

Na sua resposta, apresente:

- os valores estimados dos parâmetros da equação da reta de regressão linear de y sobre x , arredondados às milésimas;
- o valor pedido, em milhares de euros, arredondado às décimas.

- * 2. Um banco disponibiliza uma solução de poupança, com taxa de juro anual de 1,2%, na modalidade de juro simples, ou seja, numa modalidade em que o valor do juro é sempre calculado, anualmente, sobre o capital inicial.

O João depositou um capital inicial de 2000 euros neste banco, para rentabilizar de acordo com esta solução de poupança.

Quantos anos têm de decorrer, no mínimo, para o João obter um capital final superior a 2500 euros?

- (A) 18 (B) 19 (C) 20 (D) 21

3. No dia 5 de outubro de 2025, celebrou-se a 100.^a edição da Travessia da Baía de Sesimbra.

3.1. Nesse dia, realizou-se uma prova federada de natação em águas abertas, de 2500 metros, que contabiliza para o circuito nacional feminino, em que participaram 85 nadadoras. Os tempos, em minutos, que as nadadoras demoraram a concluir a prova foram organizados em classes e representados no histograma da Figura 1.

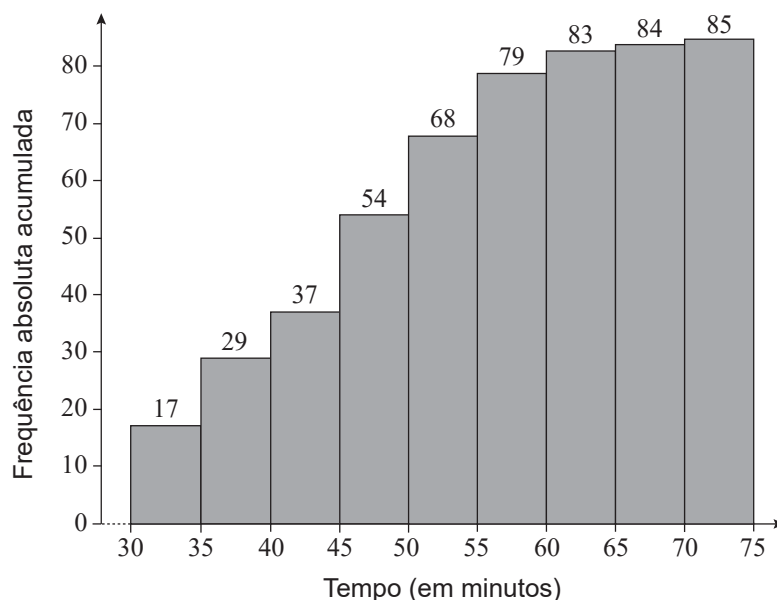


Figura 1

* 3.1.1. Qual é o valor, arredondado às unidades, da percentagem de nadadoras que concluíram a prova em menos de 50 minutos?

(A) 50%

(B) 54%

(C) 64%

(D) 68%

* 3.1.2. Determine, de acordo com o histograma da Figura 1, a média dos tempos que as nadadoras demoraram a concluir a prova.

Apresente o valor pedido em minutos, arredondado às unidades.

- * 3.2. Na Figura 2, está representado um esquema relativo a uma parte da prova, realizada por uma das nadadoras, num percurso entre duas boias, em linha reta.

Nesse esquema:

- $[PC]$ representa o percurso retilíneo;
- o ponto P representa a primeira boia, ponto inicial desse percurso;
- o ponto C representa a segunda boia, ponto final desse percurso;
- o ponto E representa a localização de um espectador que se encontra na praia, a assistir à prova, à mesma distância dos pontos P e C .

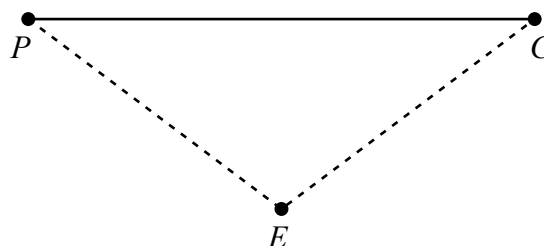


Figura 2

Admita que a nadadora fez esta parte da prova a uma velocidade constante.

Seja $d(t)$ a distância, em metros, entre a posição da nadadora e o espectador, t minutos após o início do percurso entre P e C .

Seja I a função que dá a taxa de variação instantânea da função d para cada valor de t .

Na Figura 3, estão representados os gráficos A e B de duas funções, em referencial ortogonal Oxy .

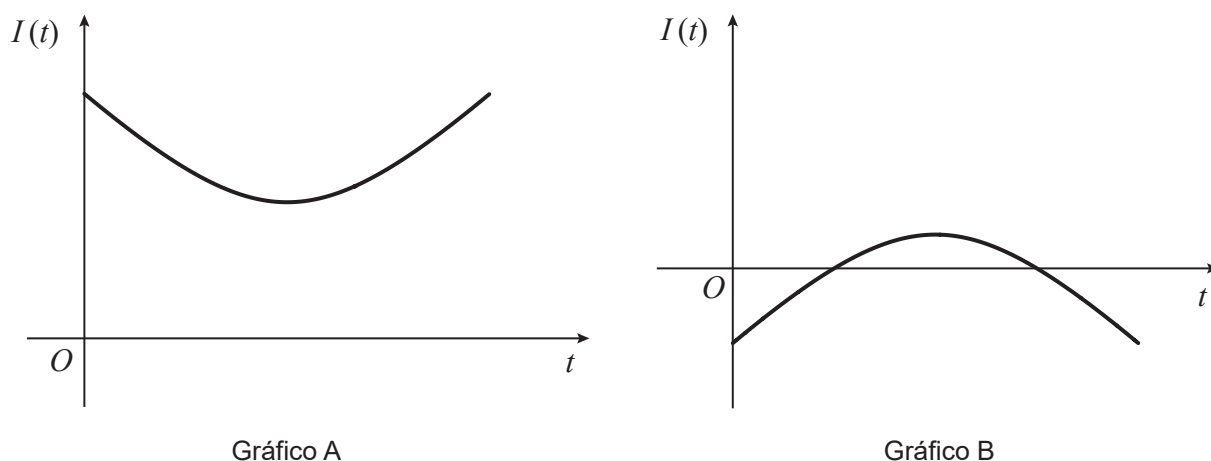


Figura 3

Justifique que nem o Gráfico A nem o Gráfico B podem representar a função I .

Apresente uma justificação para cada um dos gráficos.

3.3. Ao largo de Sesimbra, são realizados cursos de mergulho com garrafas de ar comprimido.

Nestes mergulhos, as regras de segurança para a subida à superfície ditam que, entre outros cuidados, esta pode ser feita de forma contínua e gradual, desde que seja efetuada uma paragem de segurança.

Durante um curso, dois mergulhadores, o André e a Beatriz, iniciaram a subida no mesmo instante e efetuaram a paragem de segurança a 3 metros de profundidade.

Sabe-se que:

- quando iniciaram a subida, os mergulhadores encontravam-se à profundidade de 24,5 metros;
- o André demorou 2,5 minutos até efetuar a paragem de segurança;
- a taxa média de variação da profundidade na subida da Beatriz até efetuar a paragem de segurança foi de $-9,6$ metros por minuto.

Qual dos dois mergulhadores, André ou Beatriz, foi o primeiro a fazer a paragem de segurança?

Justifique a sua resposta.

4. Uma fábrica de embalagens quer projetar caixas abertas (sem tampa), com a forma de prisma quadrangular regular reto, a partir de uma folha de cartão quadrada com 40 cm de lado.

Para projetar uma dessas caixas, desenham-se quadrados geometricamente iguais, de lado a , em cada um dos quatro cantos da folha e, em seguida, após se retirarem esses quadrados, dobram-se as abas laterais da caixa para cima, pelos lados desses quadrados, como se representa na Figura 4, sendo $[ABCD]$ a base da caixa.

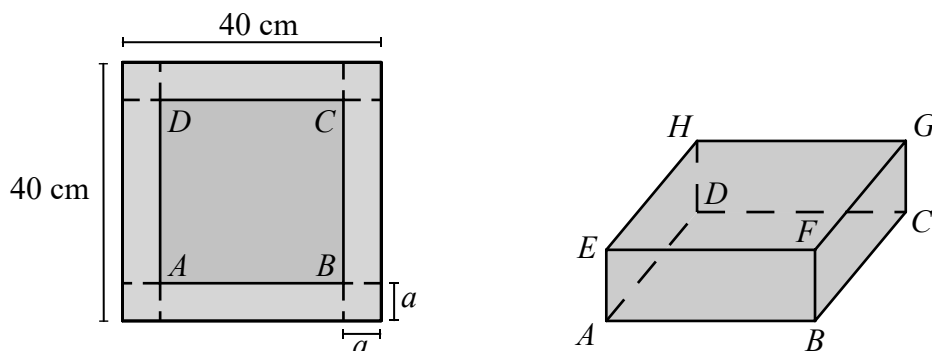


Figura 4

Considere a função V definida por

$$V(a) = 4a^3 - 160a^2 + 1600a, \text{ com } 0 < a < 20$$

em que $V(a)$ é o volume da caixa, em centímetros cúbicos, para cada valor da altura da caixa, a , em centímetros.

- * 4.1. Determine o volume da caixa quando a altura é igual a 12 cm.

Apresente o valor pedido em centímetros cúbicos.

- * 4.2. Qual dos seguintes valores pode ser o comprimento da aresta $[AB]$ quando o volume da caixa é igual a 4000 cm^3 ?

(A) 3,8 cm (B) 10 cm (C) 20 cm (D) 36,2 cm

- * 4.3. Na Figura 5, está representada uma das caixas construídas pela fábrica, por um prisma quadrangular regular reto, $[ABCDEFGH]$, em referencial ortogonal e monométrico $Oxyz$, cuja unidade é o centímetro.

Sabe-se que:

- a face $[ABCD]$ está contida no plano xOy e tem centro na origem do referencial;
- as arestas $[BC]$ e $[AB]$ são paralelas aos eixos Ox e Oy , respetivamente;
- o vértice B tem abcissa e ordenada positivas;
- a reta FG é definida por $y = 15 \wedge z = 5$.

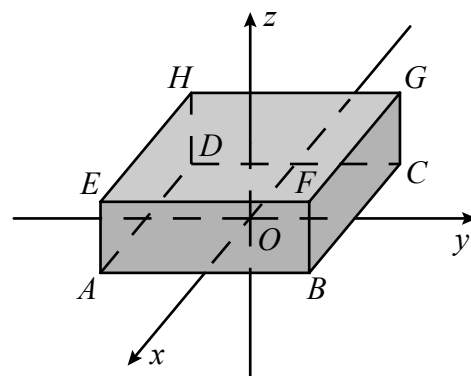


Figura 5

Qual dos seguintes ternos ordenados corresponde às coordenadas do vértice E ?

(A) $(15, -15, 5)$ (B) $(-15, 15, 5)$ (C) $(15, 15, 5)$ (D) $(-15, -15, 5)$

5. Nas eleições legislativas de 2025, num certo distrito, foram atribuídos três mandatos para o exercício da função de deputado na Assembleia da República Portuguesa.

O apuramento dos resultados, por aplicação do método de Hondt, fez-se de acordo com a Tabela 2, em que se apresentam apenas os quatro partidos mais votados e em que os valores dos quocientes estão arredondados às unidades.

Tabela 2

Partidos	Votos	Quocientes do número de votantes por					Número de mandatos
		1	2	3	4	5	
Partido A	30 611	30 611	15 306	10 204	7653	6122	2
Partido B	17 796	17 796	8898	5932	4449	3559	1
Partido C	14 288	14 288	7144	4763	3572	2858	0
Partido D	1527	1527	764	509	382	305	0

De acordo com a Tabela 2, foram atribuídos dois mandatos ao Partido A e um mandato ao Partido B.

Averigue se seria obtida a mesma distribuição de mandatos, caso se aplicasse o método de Sainte-Laguë.

6. Num jantar de aniversário, os convidados podem optar por comer peixe ou carne, para prato principal.

Sabe-se que:

- 60% dos convidados são adultos;
- $\frac{11}{20}$ dos convidados pedem carne para prato principal;
- metade dos adultos pedem peixe para prato principal.

*** 6.1.** No jantar, estão 24 crianças.

Determine o número de convidados presentes no jantar.

6.2. Sorteia-se, ao acaso, o nome de um dos convidados.

Determine a probabilidade de o convidado sorteado ser adulto, sabendo que pediu peixe para prato principal.

Apresente o valor pedido na forma de fração irredutível.

Na sua resolução, represente por A o acontecimento «O convidado é adulto», e por B o acontecimento «O convidado pediu peixe para prato principal».

7. Um arquiteto está a elaborar um projeto para o espaço exterior plano de um empreendimento turístico.

- * 7.1. O projeto inclui um canteiro cuja planta, vista de cima, tem a forma representada no esquema da Figura 6. O esquema é retangular e tem uma região sombreada, limitada por dois arcos de parábola.

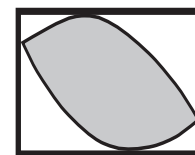


Figura 6

Para obter os arcos de parábola, o arquiteto recorreu às funções quadráticas definidas por

$$f(x) = -0,25x^2 + 0,5x + 3,75 \text{ e por } g(x) = 0,25x^2 - 1,5x + 1,25$$

Na Figura 7, que não está à escala, estão representados, em referencial ortogonal e monométrico, Oxy , cuja unidade é o metro, arcos de parábola contidos nos gráficos das funções f e g e o retângulo $[ABCD]$, que delimita o esquema.

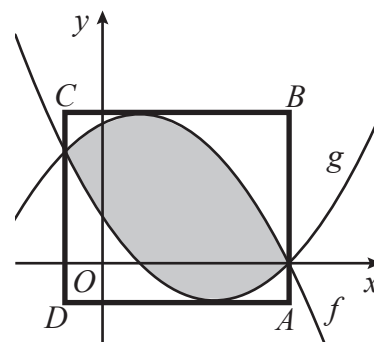


Figura 7

Como a Figura 7 sugere:

- cada lado do retângulo é paralelo a um eixo coordenado;
- cada um dos lados do retângulo, paralelos ao eixo Ox , contém um vértice de uma parábola;
- cada um dos lados do retângulo, paralelos ao eixo Oy , contém um ponto de intersecção dos gráficos das funções f e g .

Determine a área do retângulo $[ABCD]$.

- 7.2. Num dos jardins planos do empreendimento turístico, estão já plantadas duas árvores, e pretende-se plantar uma terceira, para que as três árvores fiquem em linha reta.

Fixado, no plano, um referencial cartesiano ortogonal e monométrico, Oxy , a posição das duas árvores já plantadas corresponde aos pontos $P(40, 0)$ e $Q(0, 30)$.

Sabe-se que a terceira árvore será plantada num ponto de abcissa 13.

Determine, relativamente ao referencial fixado, a ordenada do ponto correspondente à posição da terceira árvore.

Na sua resolução, comece por determinar a equação reduzida da reta PQ .

FIM

COTAÇÕES

As pontuações obtidas nas respostas a estes 10 itens da prova contribuem obrigatoriamente para a classificação final.	1.	2.	3.1.1.	3.1.2.	3.2.	4.1.	4.2.	4.3.	6.1.	7.1.	Subtotal
Cotação (em pontos)	18	14	14	18	18	18	14	14	18	18	164
Destes 4 itens, contribuem para a classificação final da prova os 2 itens cujas respostas obtenham melhor pontuação.	3.3.	5.	6.2.	7.2.							Subtotal
Cotação (em pontos)	2 × 18 pontos										36
TOTAL											200