

Exame Final Nacional de Matemática A

Prova 635 | Época Especial | Ensino Secundário | 2026

12.º Ano de Escolaridade

Decreto-Lei n.º 55/2018, de 6 de julho | Decreto-Lei n.º 62/2023, de 25 de julho

Entrelinha 1,5 sem figuras/Braille

Critérios de Classificação

15 Páginas

CRITÉRIOS GERAIS DE CLASSIFICAÇÃO

A classificação a atribuir a cada resposta resulta da aplicação dos critérios gerais e dos critérios específicos apresentados para cada item e é expressa por um número inteiro.

As respostas ilegíveis ou que não possam ser claramente identificadas são classificadas com zero pontos.

ITENS DE SELEÇÃO

As respostas aos itens de seleção podem ser classificadas de forma dicotómica ou por níveis de desempenho, de acordo com os critérios específicos. No primeiro caso, a pontuação só é atribuída às respostas corretas, sendo todas as outras respostas classificadas com zero pontos. No caso da classificação por níveis de desempenho, a cada nível corresponde uma dada pontuação, de acordo com os critérios específicos.

ITENS DE CONSTRUÇÃO

Nos itens de construção, os critérios de classificação podem apresentar-se organizados apenas por níveis de desempenho, por parâmetros, com os respetivos níveis de desempenho, ou por etapas.

Nos itens em que os critérios de classificação se apresentam organizados apenas por níveis de desempenho, a cada nível de desempenho corresponde uma dada pontuação. Se permanecerem dúvidas quanto ao nível a atribuir, deve optar-se pelo nível mais elevado de entre os dois tidos em consideração. Qualquer resposta que não atinja o nível 1 de desempenho é classificada com zero pontos.

Nos itens em que os critérios de classificação se apresentam organizados por parâmetros, a classificação a atribuir à resposta resulta da soma das pontuações atribuídas aos parâmetros seguintes: (A) Conteúdos, (B) Linguagem Científica. A atribuição da classificação de zero pontos no parâmetro (A) implica a atribuição de zero pontos no parâmetro (B).

Nos itens em que os critérios de classificação se apresentam organizados por etapas, a classificação a atribuir à resposta resulta da soma das pontuações atribuídas às etapas apresentadas e da aplicação dos critérios de classificação definidos para situações específicas.

As respostas que não apresentem exatamente os termos ou expressões constantes nos critérios específicos de classificação são classificadas em igualdade de circunstâncias com aquelas que os apresentem, desde que o seu conteúdo seja cientificamente válido, adequado ao solicitado e enquadrado pelos documentos curriculares de referência.

Em caso de omissão ou de engano na identificação de uma resposta, esta pode ser classificada se for possível identificar inequivocamente o item a que diz respeito.

Se for apresentada mais do que uma resposta ao mesmo item, só é classificada a resposta que surgir em primeiro lugar.

A classificação das respostas aos itens que envolvam o uso obrigatório das potencialidades gráficas da calculadora tem em conta a apresentação, num referencial, do gráfico da função ou dos gráficos das funções visualizados.

No quadro seguinte, apresentam-se os critérios de classificação a aplicar, em situações específicas, às respostas aos itens de construção cujos critérios se apresentam organizados por etapas.

Situação	Classificação
1. Utilização de processos de resolução que não estão previstos no critério específico de classificação.	É aceite qualquer processo de resolução cientificamente correto, desde que enquadrado pelos documentos curriculares de referência da disciplina (ver nota 1). O critério específico é adaptado ao processo de resolução apresentado.
2. Utilização de processos de resolução que não respeitem as instruções dadas [exemplo: «sem recorrer à calculadora»].	A etapa em que a instrução não é respeitada e todas as etapas subsequentes que dela dependam são pontuadas com zero pontos.
3. Apresentação apenas do resultado final.	A resposta é classificada com zero pontos.
4. Ausência de apresentação de cálculos ou de justificações necessários à resolução de uma etapa.	A etapa é pontuada com zero pontos.
5. Ausência de apresentação explícita de uma etapa que não envolva cálculos ou justificações.	Se a resolução apresentada permitir perceber inequivocamente que a etapa foi percorrida, esta é pontuada com a pontuação prevista. Caso contrário, a etapa é pontuada com zero pontos, bem como todas as etapas subsequentes que dela dependam.
6. Transcrição incorreta de dados do enunciado que não altere o que se pretende avaliar com o item.	Se a dificuldade da resolução do item não diminuir, é subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas. Se a dificuldade da resolução do item diminuir, o item é classificado do modo seguinte: – nas etapas em que a dificuldade da resolução diminuir, a pontuação máxima a atribuir é a parte inteira de metade da pontuação prevista; – nas etapas em que a dificuldade da resolução não diminuir, a pontuação é atribuída de acordo com os critérios específicos de classificação.
7. Transcrição incorreta de um número ou de um sinal, na resolução de uma etapa.	Se a dificuldade da resolução da etapa não diminuir, é subtraído um ponto à pontuação da etapa. Se a dificuldade da resolução da etapa diminuir, a pontuação máxima a atribuir a essa etapa é a parte inteira de metade da pontuação prevista. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido (ver nota 2).
8. Ocorrência de um erro ocasional num cálculo, na resolução de uma etapa.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa em que o erro ocorre. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido (ver nota 2).
9. Ocorrência de um erro que revela desconhecimento de conceitos, de regras ou de propriedades, na resolução de uma etapa.	A pontuação máxima a atribuir a essa etapa é a parte inteira de metade da pontuação prevista. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido (ver nota 2).

10. Resolução incompleta de uma etapa.	Se à resolução da etapa faltar apenas a passagem final, é subtraído um ponto à pontuação da etapa; caso contrário, a pontuação máxima a atribuir é a parte inteira de metade da pontuação prevista.
11. Apresentação de cálculos intermédios com um número de casas decimais diferente do solicitado ou apresentação de um arredondamento incorreto.	É subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas, salvo se houver indicação em contrário no critério específico de classificação.
12. Apresentação do resultado final que não respeita a forma solicitada [exemplo: é pedido o resultado na forma de fração, e a resposta apresenta-se na forma decimal].	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
13. Utilização de valores exatos nos cálculos intermédios e apresentação do resultado final com aproximação quando deveria ter sido apresentado o valor exato.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
14. Utilização de valores aproximados numa etapa quando deveriam ter sido usados valores exatos.	A pontuação máxima a atribuir a essa etapa, bem como a cada uma das etapas subsequentes que dela dependam, é a parte inteira de metade da pontuação prevista.
15. Apresentação do resultado final com um número de casas decimais diferente do solicitado, ou apresentação do resultado final incorretamente arredondado.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
16. Omissão da unidade de medida na apresentação do resultado final.	A etapa relativa à apresentação do resultado final é pontuada com a pontuação prevista.
17. Apresentação de elementos em excesso face ao solicitado.	Se os elementos em excesso não afetarem a caracterização do desempenho, a classificação a atribuir à resposta não é desvalorizada. Se os elementos em excesso afetarem a caracterização do desempenho, são subtraídos dois pontos à soma das pontuações atribuídas, salvo se houver indicação em contrário no critério específico de classificação.
18. Utilização de simbologias ou de expressões inequivocamente incorretas do ponto de vista formal.	É subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas, exceto: – se as incorreções ocorrerem apenas em etapas já pontuadas com zero pontos; – nos casos de uso do símbolo de igualdade em que, em rigor, deveria ter sido usado o símbolo de igualdade aproximada.

Notas:

1. A título de exemplo, faz-se notar que não são aceites processos de resolução que envolvam a aplicação da fórmula da distância de um ponto a um plano ou da fórmula da distância entre dois planos paralelos, sem as respetivas deduções.
2. Se a dificuldade da resolução das etapas subsequentes não diminuir, estas são pontuadas de acordo com os critérios específicos de classificação; se a dificuldade da resolução das etapas subsequentes diminuir, a pontuação máxima a atribuir a cada uma delas é a parte inteira de metade da pontuação prevista.

CRITÉRIOS ESPECÍFICOS DE CLASSIFICAÇÃO

1.1. 12 pontos
(A)

1.2. 14 pontos

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos.

1.º Processo

- Reconhecer que as coordenadas do ponto A são $\left(\frac{1}{2}, 3, 0\right)$ 1 ponto
- Reconhecer que as coordenadas do ponto B são $\left(\frac{1}{2}, 0, 3\right)$ 1 ponto
- Obter as coordenadas do vetor $\overrightarrow{AB}$ $((0, -3, 3))$ 1 ponto
- Obter uma equação do plano α 4 pontos
- Identificar o vetor $\overrightarrow{AB}$ como vetor normal ao plano α 1 ponto
- Escrever $-3y + 3z + d = 0$ (ou equivalente) 1 ponto
- Escrever $-3 \times 3 + 3 \times (-5) + d = 0$ 1 ponto
- Obter o valor de d (24) 1 ponto
- Escrever uma equação vetorial da reta AB 2 pontos
- Reconhecer que as coordenadas do ponto de intersecção da reta AB com o plano α são da forma $\left(\frac{1}{2}, 3 - 3k, 3k\right)$ 2 pontos
- Escrever $-3(3 - 3k) + 3 \times 3k + 24 = 0$ (ou equivalente) 1 ponto
- Obter o valor de k $\left(-\frac{5}{6}\right)$ 1 ponto
- Obter as coordenadas pedidas $\left(\left(\frac{1}{2}, \frac{11}{2}, -\frac{5}{2}\right)\right)$ 1 ponto

2.º Processo

Designemos por P o ponto de intersecção da reta AB com o plano α e por C o ponto de coordenadas $(4, 3, -5)$.

Reconhecer que o vetor $\overrightarrow{PC}$ é ortogonal à reta AB	2 pontos
Reconhecer que as coordenadas do ponto A são $\left(\frac{1}{2}, 3, 0\right)$	1 ponto
Reconhecer que as coordenadas do ponto B são $\left(\frac{1}{2}, 0, 3\right)$	1 ponto
Obter as coordenadas do vetor $\overrightarrow{AB}$ $((0, -3, 3))$	1 ponto
Escrever uma equação vetorial da reta AB	2 pontos
Reconhecer que as coordenadas do ponto P são da forma $\left(\frac{1}{2}, 3 - 3k, 3k\right)$..	2 pontos
Obter as coordenadas do vetor $\overrightarrow{PC}$ $\left(\left(\frac{7}{2}, 3k, -5 - 3k\right)\right)$	1 ponto
Escrever $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{PC} = 0$	1 ponto
Escrever $-18k - 15 = 0$ (ou equivalente)	1 ponto
Obter o valor de k $\left(-\frac{5}{6}\right)$	1 ponto
Obter as coordenadas pedidas $\left(\left(\frac{1}{2}, \frac{11}{2}, -\frac{5}{2}\right)\right)$	1 ponto

2. 14 pontos

Determinar $h'(x)$ (ver nota 1)	3 pontos
Escrever $h'(x) = 0$	1 ponto
Determinar o zero de $h'(\sqrt{e})$	2 pontos
Apresentar um quadro de sinal de h' e de monotonia de h (ou equivalente)	4 pontos
Apresentar os intervalos de monotonia de h (ver nota 2)	2 pontos
Reconhecer que o extremo relativo é $h(\sqrt{e})$	1 ponto
Determinar $h(\sqrt{e})$ $\left(1 + \frac{1}{2e}, \text{ ou equivalente }\right)$	1 ponto

Notas:

1. Se for evidente a intenção de determinar a derivada da função, a pontuação mínima a atribuir a esta etapa é 1 ponto.
2. Se for apresentado o intervalo $]0, \sqrt{e}[$, em vez de $]0, \sqrt{e}]$, e o intervalo $]\sqrt{e}, +\infty[$, em vez de $[\sqrt{e}, +\infty[$, esta etapa deve ser considerada cumprida.

3. 12 pontos

3.(AE2018)

(D)

3.(AE2023)

(D)

4.1. 14 pontos

Reconhecer que a função f é contínua em $x = -2$ se

$$\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = f(-2) \dots\dots\dots 2 \text{ pontos}$$

$$\text{Determinar } \lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) \text{ ou } f(-2) \dots\dots\dots 2 \text{ pontos}$$

$$\text{Reconhecer que } \lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -2^+} (2e^{x+2} + 3e^{-x-2})$$

$$\text{ou que } f(-2) = 2e^{-2+2} + 3e^{2-2} \dots\dots\dots 1 \text{ ponto}$$

$$\text{Obter } \lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = 5 \text{ ou } f(-2) = 5 \dots\dots\dots 1 \text{ ponto}$$

$$\text{Determinar } \lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) \dots\dots\dots 8 \text{ pontos}$$

Esta etapa pode ser resolvida por, pelo menos, dois processos.

1.º Processo

$$\text{Reconhecer que } \lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -2^-} \left(\frac{e^{x+2} - 1}{x^2 - 4} \right) \dots\dots\dots 1 \text{ ponto}$$

$$\text{Reconhecer que } \lim_{x \rightarrow -2^-} (e^{x+2} - 1) = \lim_{x \rightarrow -2^-} (x^2 - 4) = 0 \dots\dots\dots 1 \text{ ponto}$$

$$\text{Obter } \lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{e^{x+2} - 1}{x^2 - 4} = \lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{e^{x+2} - 1}{(x - 2)(x + 2)}$$

$$(\text{ou equivalente}) \dots\dots\dots 1 \text{ ponto}$$

$$\text{Reconhecer que } \lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{e^{x+2} - 1}{x + 2} = 1 \dots\dots\dots 2 \text{ pontos}$$

Reconhecer que

$$\lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{e^{x+2} - 1}{(x - 2)(x + 2)} = \lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{e^{x+2} - 1}{x + 2} \times \lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{1}{x - 2} \dots\dots\dots 1 \text{ ponto}$$

$$\text{Obter } \lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = -\frac{1}{4} \dots\dots\dots 2 \text{ pontos}$$

2.º Processo

Reconhecer que $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -2^-} \left(\frac{e^{x+2} - 1}{x^2 - 4} \right)$ 1 ponto

Reconhecer que $\lim_{x \rightarrow -2^-} (e^{x+2} - 1) = \lim_{x \rightarrow -2^-} (x^2 - 4) = 0$ 1 ponto

Obter $(e^{x+2} - 1)' = e^{x+2}$ 1 ponto

Obter $(x^2 - 4)' = 2x$ 1 ponto

Obter $\lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{e^{x+2}}{2x} = -\frac{1}{4}$ 2 pontos

Concluir que $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = -\frac{1}{4}$ 2 pontos

Concluir que a função f não é contínua em $x = -2$ 2 pontos

4.2. 14 pontos

Escrever $2e^x + 3e^{-x} = 7$ 2 pontos

Obter $2(e^x)^2 - 7e^x + 3 = 0$ (ou equivalente) 4 pontos

Obter $e^x = 3 \vee e^x = \frac{1}{2}$ (ou equivalente) 3 pontos

Obter $x = \ln 3 \vee x = \ln\left(\frac{1}{2}\right)$ (ou equivalente) 4 pontos

Concluir que a solução da equação é $\ln 3$ 1 ponto

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos.

1.º Processo

Reconhecer que $-2 + \ln a > -2$	1 ponto
Reconhecer que o declive da reta t é zero	1 ponto
Reconhecer que $f'(-2 + \ln a) = 0$	2 pontos
Determinar $f'(x)$ (ver nota)	3 pontos
Obter $f'(-2 + \ln a) = 2a - \frac{3}{a}$ (ou equivalente)	2 pontos
Escrever $2a - \frac{3}{a} = 0$ (ou equivalente)	1 ponto
Obter $a = -\frac{\sqrt{6}}{2} \vee a = \frac{\sqrt{6}}{2}$ (ou equivalente)	3 pontos
Concluir que a solução da equação é $\frac{\sqrt{6}}{2}$ (ou equivalente)	1 ponto

2.º Processo

Reconhecer que $-2 + \ln a > -2$	1 ponto
Reconhecer que o declive da reta t é zero	1 ponto
Escrever $f'(x) = 0$	1 ponto
Determinar $f'(x)$ (ver nota)	3 pontos
Obter $2e^{x+2} - 3e^{-x-2} = 0$ (ou equivalente)	1 ponto
Obter $x = \frac{1}{2} \ln\left(\frac{3}{2}\right) - 2$ (ou equivalente)	4 pontos
Escrever $\frac{1}{2} \ln\left(\frac{3}{2}\right) - 2 = \ln a - 2$ (ou equivalente)	1 ponto
Obter $\ln a = \ln\left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{1}{2}}$ (ou equivalente)	1 ponto
Obter o valor pedido $\left(\frac{\sqrt{6}}{2}, \text{ ou equivalente}\right)$	1 ponto

Nota – Se for evidente a intenção de determinar a derivada da função, a pontuação mínima a atribuir a esta etapa é 1 ponto.

5. 12 pontos

(a) → (2) (b) → (1) (c) → (3) (d) → (1)

Este item deve ser classificado de acordo com os níveis de desempenho seguintes.

Nível	Descritor de desempenho	Pontuação
3	Completa o texto com as 4 opções corretas.	12
2	Completa o texto com 3 opções corretas.	8
1	Completa o texto com 2 opções corretas.	4

6.1. 12 pontos

(C)

6.2. 14 pontos

Designemos por F o acontecimento «O aluno gosta de futebol» e por V o acontecimento «O aluno gosta de voleibol».

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos.

1.º Processo

- Reconhecer que $P(F) = 0,8$ 1 ponto
- Reconhecer que $P(V \cap \bar{F}) = 0,16$ 1 ponto
- Reconhecer que $P(\bar{V} | F) = 0,7$ 2 pontos
- Identificar o pedido com $P(\bar{F} | \bar{V})$ 2 pontos
- Reconhecer que $P(\bar{F} | \bar{V}) = \frac{P(\bar{F} \cap \bar{V})}{P(\bar{V})}$ 1 ponto
- Obter $P(\bar{V} \cap F)$ (0,56) 2 pontos
- Obter $P(V \cap F)$ (0,24) 1 ponto
- Obter $P(V)$ (0,4) 1 ponto
- Obter $P(\bar{V})$ (0,6) 1 ponto
- Obter $P(\bar{F} \cap \bar{V})$ (0,04) 1 ponto
- Obter o valor pedido $\left(\frac{1}{15}\right)$ 1 ponto

2.º Processo

Apresentar uma tabela de dupla entrada cujas entradas sejam:

F e $\overline{F}$; V e $\overline{V}$	1 ponto
Preencher a célula da tabela relativa a $P(F)$ (0,8)	1 ponto
Preencher a célula da tabela relativa a $P(\overline{F} \cap V)$ (0,16)	1 ponto
Preencher a célula da tabela relativa a $P(F \cap \overline{V})$ (0,56)	2 pontos
Preencher a célula da tabela relativa a $P(V \cap F)$ (0,24)	1 ponto
Preencher a célula da tabela relativa a $P(\overline{F})$ (0,2)	1 ponto
Preencher a célula da tabela relativa a $P(V)$ (0,4)	1 ponto
Preencher a célula da tabela relativa a $P(\overline{V} \cap \overline{F})$ (0,04)	1 ponto
Preencher a célula da tabela relativa a $P(\overline{V})$ (0,6)	1 ponto
Identificar o pedido com $P(\overline{F} \overline{V})$	2 pontos
Reconhecer que $P(\overline{F} \overline{V}) = \frac{P(\overline{F} \cap \overline{V})}{P(\overline{V})}$	1 ponto
Obter o valor pedido $\left(\frac{1}{15}\right)$	1 ponto

7. (ver nota) 14 pontos

Nota – Se forem apresentadas respostas aos dois itens, classifica-se apenas a primeira resposta.

7.(AE2018)

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos.

1.º Processo

Escrever $P(\overline{A} \cup \overline{B}) = P(\overline{A \cap B})$	2 pontos
Escrever $P(\overline{A \cap B}) = 1 - P(A \cap B)$	2 pontos
Escrever $P(A \cup \overline{B}) = P(A) + P(\overline{B}) - P(A \cap \overline{B})$ (ou equivalente)	2 pontos
Escrever $P(A \cap \overline{B}) = P(A) - P(A \cap B)$	2 pontos
Reconhecer que $P(\overline{B}) = 1 - P(B)$	1 ponto
Obter $P(\overline{B})$ (0,3)	1 ponto
Obter o valor pedido (0,3)	4 pontos

2.º Processo

Escrever $P(\overline{A} \cup \overline{B}) = P(\overline{A \cap B})$	2 pontos
Escrever $P(A \cup \overline{B}) = P(\overline{A} \cap B)$	2 pontos
Escrever $P(\overline{A \cap B}) = 1 - P(A \cap B)$	2 pontos
Escrever $P(\overline{A} \cap B) = 1 - P(\overline{A} \cap \overline{B})$	2 pontos
Escrever $P(\overline{A} \cap B) = P(B) - P(A \cap B)$	2 pontos
Obter o valor pedido (0,3)	4 pontos

7.(AE2023)

Reconhecer que os valores da variável são 0 , 1 e 2 (ver nota)	2 pontos
Obter o valor de $P(X = 0)$ (0,1 , ou equivalente)	3 pontos
Obter o valor de $P(X = 1)$ (0,6 , ou equivalente)	3 pontos
Obter o valor de $P(X = 2)$ (0,3 , ou equivalente)	3 pontos
Obter o valor pedido (1,2)	3 pontos

Nota – Se algum dos valores da variável apresentados for incorreto, a classificação a atribuir a esta etapa é 0 pontos.

8. 14 pontos

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos.

1.º Processo

Designemos por M o ponto médio do segmento de reta $[AB]$.

Determinar a amplitude do ângulo AOB $\left(\frac{2\pi}{3}\right)$	2 pontos
Reconhecer que $\hat{BAO} = \hat{OBA}$	2 pontos
Determinar a amplitude do ângulo BAO $\left(\frac{\pi}{6}\right)$	2 pontos
Escrever $\overline{AM} = 4 \cos(\hat{BAO})$ (ou equivalente)	2 pontos
Obter $\overline{AM} = 2\sqrt{3}$	2 pontos
Reconhecer que $\overline{AB} = 4\sqrt{3}$	1 ponto
Escrever $\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{AB} = 4 \times 4\sqrt{3} \times \cos(\hat{BAO})$ (ou equivalente)	2 pontos
Obter o valor pedido (24)	1 ponto

2.º Processo

Determinar a amplitude do ângulo AOB $\left(\frac{2\pi}{3}\right)$	2 pontos
Reconhecer que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB}$	1 ponto
Escrever $\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{OB}$	2 pontos
Obter $\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{AO} = 16$	2 pontos
Reconhecer que $\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{OB} = (-\overrightarrow{OA}) \cdot \overrightarrow{OB} = -\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB}$	2 pontos
Escrever $\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{OB} = -4 \times 4 \times \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right)$ (ou equivalente)	2 pontos
Obter $\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{OB} = 8$	2 pontos
Obter o valor pedido (24)	1 ponto

9. 14 pontos

Reconhecer que o comprimento da trajetória de queda é $y(0)$ metros 5 pontos

Apresentar a equação $y(t) = \frac{1}{3}y(0)$ (ou equivalente) 9 pontos

10. 14 pontos

Tópicos de resposta

- Justificação da falsidade da proposição I.
Exemplo: Como a função f' é (estritamente) crescente no intervalo $[b, c]$, conclui-se que o gráfico da função f tem concavidade voltada para cima nesse intervalo.
- Justificação da falsidade da proposição II.
Exemplo: A função f' é (estritamente) decrescente no intervalo $[0, b]$, e a é o único zero da função f' ; logo, $f'(x) > 0$, para qualquer $x \in [0, a[$. Conclui-se, assim, que a função f é (estritamente) crescente no intervalo $[0, a]$.

Parâmetro	Nível	Descritor de desempenho	Pontuação
A Conteúdos	4	Apresenta, de forma completa, as duas justificações solicitadas.	12
	3	Apresenta, de forma completa, uma das justificações solicitadas e, de forma incompleta, a outra justificação.	9
	2	Apresenta, de forma completa, apenas uma das justificações solicitadas. OU Apresenta, de forma incompleta, as duas justificações solicitadas.	6
	1	Apresenta, de forma incompleta, apenas uma das justificações solicitadas.	3
B Linguagem Científica	2	Utiliza adequadamente o vocabulário específico da Matemática.	2
	1	Utiliza, embora com uma ou mais falhas, o vocabulário específico da Matemática.	1

11. (ver nota) 14 pontos

Nota – Se forem apresentadas respostas aos dois itens, classifica-se apenas a primeira resposta.

11.(AE2018)

Equacionar o problema ($g(x) = 2$, ou equivalente)	2 pontos
Referir que g é contínua em $[-1, 1]$ (ver notas 1 e 2)	2 pontos
Determinar $g(1)$	1 ponto
Reconhecer que $f(-1) = -f(1)$	2 pontos
Determinar $g(-1)$	2 pontos
Referir que $g(-1) < 2 < g(1)$ (ou equivalente)	2 pontos
Concluir o pretendido (ver nota 3)	3 pontos

Notas:

1. Se apenas for referido que a função g é contínua, esta etapa deve ser considerada cumprida.
2. Se for referido que a função g é contínua em $] -1, 1[$, a pontuação a atribuir a esta etapa é 0 pontos.
3. A atribuição de 0 pontos à segunda etapa implica a atribuição de 0 pontos a esta etapa.

11.(AE2023)

Considerar a função g definida por $g(x) = f(x) - 2$	3 pontos
Escrever $g(0,5) < 0 < g(1)$ (ou equivalente)	2 pontos
Escrever $g(0,5) < 0 < g(0,75)$ (ou equivalente)	2 pontos
Escrever $g(0,625) < 0 < g(0,75)$ (ou equivalente)	2 pontos
Reconhecer que a amplitude do intervalo $]0,625; 0,75[$ é menor do que $0,2$	2 pontos
Apresentar o valor pedido $(0,6875)$ (ver nota)	3 pontos

Nota – Se for apresentado um valor pertencente ao intervalo $]0,625; 0,6875]$, esta etapa é considerada cumprida, desde que seja apresentada uma justificação.

12. 12 pontos

(B)

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos.

1.º Processo

Reconhecer que $z = w^3$	2 pontos
Escrever w na forma trigonométrica $(2e^{i\frac{5\pi}{6}}, \text{ou equivalente})$	2 pontos
Obter $z = 8e^{i\frac{5\pi}{2}}$ (ou equivalente)	1 ponto
Obter $z = 8i$	1 ponto
Substituir i^{23} por $-i$	1 ponto
Escrever $\frac{-x + 8i}{-i} = (-x + 8i)i$ (ou equivalente)	2 pontos
Escrever $(-x + 8i)i = -8 - xi$	1 ponto
Escrever $\sqrt{64 + x^2} = 9$ (ou equivalente)	2 pontos
Obter o valor pedido $(-\sqrt{17})$	2 pontos

2.º Processo

Reconhecer que $z = w^3$	2 pontos
Escrever w na forma trigonométrica $(2e^{i\frac{5\pi}{6}}, \text{ou equivalente})$	2 pontos
Obter $z = 8e^{i\frac{5\pi}{2}}$ (ou equivalente)	1 ponto
Obter $z = 8i$	1 ponto
Reconhecer que $\left \frac{z - x}{i^{23}} \right = \frac{ z - x }{ i^{23} }$	2 pontos
Reconhecer que $ i^{23} = 1$	2 pontos
Escrever $\sqrt{64 + x^2} = 9$ (ou equivalente)	2 pontos
Obter o valor pedido $(-\sqrt{17})$	2 pontos

14. 14 pontos

Designemos por a a abcissa do ponto A .

Reconhecer que a ordenada do ponto A é dada pela expressão $k \cos a$ 1 ponto

Reconhecer que a abcissa do ponto B é dada pela expressão $a + \frac{\pi}{2}$ 1 ponto

Reconhecer que a ordenada do ponto B é dada pela expressão $-k \sin a$ 2 pontos

Escrever $k \cos a = k \sin a + 1$ (ou equivalente) 1 ponto

Escrever $(k \cos a + k \sin a) \times \frac{\pi}{2} = \frac{7\pi}{2}$ (ou equivalente) 3 pontos

Obter $\cos a = \frac{4}{k} \wedge \sin a = \frac{3}{k}$ (ou equivalente) 2 pontos

Escrever $\left(\frac{4}{k}\right)^2 + \left(\frac{3}{k}\right)^2 = 1$ (ou equivalente) 2 pontos

Obter o valor de k (5) 2 pontos

COTAÇÕES

As pontuações obtidas nas respostas a estes 12 itens da prova contribuem obrigatoriamente para a classificação final.	1.1.	1.2.	2.	3.	4.1.	5.	6.1.	7.	9.	10.	12.	14.	Subtotal
Cotação (em pontos)	12	14	14	12	14	12	12	14	14	14	12	14	158
Destes 6 itens, contribuem para a classificação final da prova os 3 itens cujas respostas obtenham melhor pontuação.	4.2.	4.3.	6.2.	8.	11.	13.	Subtotal						
Cotação (em pontos)	3 × 14 pontos												42
TOTAL													200